

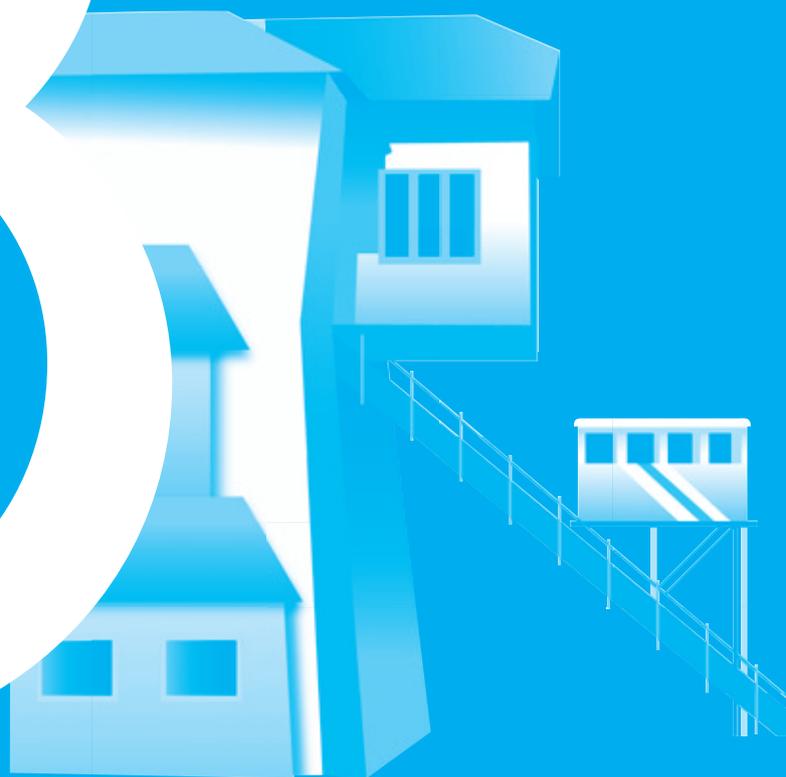
GUÍA DIDÁCTICA DEL DOCENTE

Matemática



BÁSICO

Verónica Muñoz Correa
Catalina Manosalva Iturriaga



EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN
AÑO 2017



Verónica Muñoz Correa

Profesora de Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile

Catalina Manosalva Iturriaga

Profesora General Básica
Mención en Educación Matemática
Universidad Metropolitana
de Ciencias de la Educación



Los ascensores de Valparaíso son un medio de transporte muy usado, debido a las características del emplazamiento de la ciudad, entre las cuales encontramos la pendiente de sus cerros. Algunos de los ascensores son tan característicos, que fueron declarados Monumentos Históricos Nacionales.

La Guía didáctica del docente de **Matemática 8.º básico**, es una creación del Departamento de Estudios pedagógicos de Ediciones SM, Chile.

Dirección editorial
Arlette Sandoval Espinoza

Coordinación editorial
María José Martínez Cornejo

Coordinación área Matemática
Carla Frigerio Cortés

Edición
Verónica Muñoz Correa

Autoría
Catalina Manosalva Iturriaga
Verónica Muñoz Correa

Corrección de estilo y prueba
Juan Diego Gómez Ormeño

Dirección de arte
Carmen Gloria Robles Sepúlveda

Coordinación de diseño
Gabriela de la Fuente Garfías

Diseño de portada
Estudio SM

Diseño y diagramación
Teresa Serrano Quevedo

Ilustraciones
Archivo Editorial

Jefatura de producción
Andrea Carrasco Zavala

Esta guía corresponde al Octavo año de Educación básica y ha sido elaborado conforme al Decreto Supremo N° 614/2013, del Ministerio de Educación de Chile.

©2015 – Ediciones SM Chile S.A. – Coyuncura 2283 piso 2 – Providencia

ISBN: 978-956-349-954-4 / Depósito legal: 260987

Se terminó de imprimir esta edición de 8000 ejemplares en el mes de octubre del año 2016.

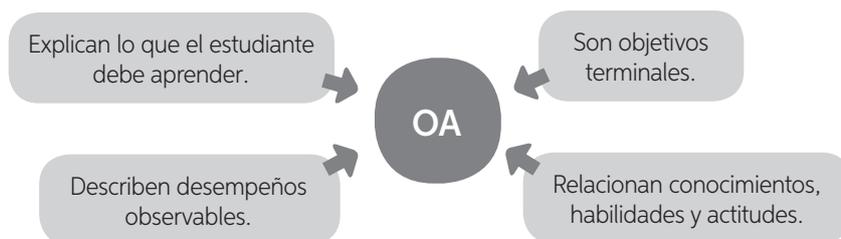
Impreso por A Impresores

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución en ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo público

La nueva Ley General de Educación señala que los cursos de 7.º y 8.º básico, así como 1.º y 2.º medio pasan a formar parte del ciclo de formación general de la Educación Media que “tiene por finalidad procurar que cada alumno expanda y profundice su formación general y desarrolle los conocimientos, habilidades y actitudes que le permiten ejercer una ciudadanía activa e integrarse a la sociedad (...)”⁽¹⁾. Siendo así, en este ciclo el proceso educativo lo que busca es capacitar a los y las estudiantes de Chile para que participen en una “sociedad democrática, con responsabilidad y en un marco de libertad y respeto a los derechos fundamentales”⁽²⁾, por lo tanto, debe entregar los recursos cognitivos y no cognitivos para desempeñarse en la sociedad de manera informada, responsable y autónoma.

La propuesta editorial que tienes en tus manos (Texto del estudiante, Guía didáctica del docente, Cuaderno de ejercicios y Recursos digitales complementarios), busca aportar en la implementación de estas Bases Curriculares para la Educación Media exponiendo, por un lado, al estudiante a experiencias de aprendizajes que van en busca de desarrollar el pensamiento crítico, reflexivo y analítico y, por otro, entregando al docente herramientas que le permitan ser un mediador y un guía en este proceso, a la vez que poder apoyarlo con material extra para realizar una mejor implementación de las experiencias en el aula.

Las bases curriculares se centran en las habilidades y se estructuran a partir de los Objetivos de Aprendizaje.



Finalmente, es importante considerar que en esta era de la información ya no solo es relevante el saber o contenido, sino lo que se hace con esa información (saber hacer) y cómo se regulan las emociones y actitudes en la realización de un trabajo (el saber ser). De aquí la relevancia que adquiere el trabajo de las habilidades y actitudes en este nuevo currículo como ejes centrales en la formación de persona integrales.



¹ Bases Curriculares 7.º básico a 2.º medio. Ministerio de Educación. 2013

² Ídem anterior.

Presentación de la propuesta editorial	5
¿Cómo se articulan los componentes de esta propuesta?	6
Visión global del año	12
Unidad 1 Números	15
Planificación de la unidad	16
Orientaciones al docente	22
Sección 1: Operaciones con números positivos y negativos	23
Sección 2: Potencias y raíces cuadradas	29
Sección 3: Variaciones porcentuales	35
Información complementaria disciplinar	40
Información complementaria didáctica	41
Actividad complementaria	42
Evaluación de la unidad	43
Banco de preguntas	46
Solucionario	47
Unidad 2 Álgebra y funciones	51
Planificación de la unidad	52
Orientaciones al docente	58
Sección 4: Expresiones algebraicas	59
Sección 5: Ecuaciones e inecuaciones	64
Sección 6: Función lineal y función afín	69
Información complementaria disciplinar	77
Información complementaria didáctica	78
Actividad complementaria	79
Evaluación de la unidad	80
Banco de preguntas	83
Unidad 3 Geometría	87
Planificación de la unidad	88
Orientaciones al docente	94
Sección 7: Área y volumen de prismas y cilindros	95
Sección 8: Teorema de Pitágoras	101
Sección 9: Transformaciones isométricas	105
Información complementaria disciplinar	112
Información complementaria didáctica	113
Actividad complementaria	114
Evaluación de la unidad	115
Banco de preguntas	118
Solucionario	119
Unidad 4 Estadística y probabilidad	123
Planificación de la unidad	124
Orientaciones al docente	130
Sección 10: Interpretación y comparación de gráficos	131
Sección 11: Medidas de posición	135
Sección 12: Probabilidades	140
Información complementaria disciplinar	145
Información complementaria didáctica	146
Actividad complementaria	147
Evaluación de la unidad	148
Banco de preguntas	151
Solucionario	152
Bibliografía y Enlaces de interés	155
Anexos	156

Presentación de la propuesta editorial

El modelo didáctico del Texto del estudiante está basado en el proceso de aprendizaje que se inicia con una toma de conciencia de los propios procesos de pensamiento tanto creativo (generar ideas) como crítico (analizar y evaluar ideas) donde se despierta una necesidad o propósito de aprender un conocimiento o habilidad para dar respuesta o satisfacer esta necesidad ⁽¹⁾.

Dentro de las teorías cognitivas del aprendizaje, podemos considerar que un contenido matemático generalmente es una combinación entre un concepto, un procedimiento y una actitud⁽²⁾. Lo anterior es lo que consideramos como un objetivo de aprendizaje, por lo tanto para cada una de estas partes es necesario un tratamiento pertinente y adecuado.

Cada lección del Texto comienza con una pregunta dirigida a un contenido específico que está definido por un propósito relacionado con el objetivo de aprendizaje planteado. De esta manera las y los estudiantes pueden contar con la primera condición de la metacognición, conocer los objetivos. Pero lo anterior no es suficiente, se agrega una segunda pregunta ¿Para qué? la cual muestra una aplicación cercana que da sentido a la lección creando una experiencia de aprendizaje adecuada y significativa.

En el caso de aquellos aprendizajes que requieren de un procedimiento a seguir, se presenta la construcción de un modelo de acción mental para que los y las estudiantes, por medio de la observación, puedan reproducir este modelo y a través de una serie de pasos, se produzca un modelamiento del proceso favoreciendo la interiorización de la estrategia.

Por otra parte, para aquellos aprendizajes que involucren conceptos se presenta un taller grupal para conectar con la estructura de acogida del alumno y alumna para descubrir, a través de preguntas, sus representaciones implícitas sobre el contenido para luego proporcionar una estructura lógica que le dé sentido al concepto, incluyendo un desarrollo claro y preciso de los conceptos fundamentales del objetivo, con los debidos ejemplos y contraejemplos.

La organización de las actividades permite desarrollar en las y los estudiantes una autonomía progresiva y una profundización y transferencia de los conocimientos⁽³⁾.

Finalmente se realiza una síntesis del conocimiento, recogiendo lo fundamental en una estructura gráfica que ayude a crear una representación mental.

Se favorece la metacognición que según J. H. Flavell⁽³⁾, especialista en psicología cognitiva, hace referencia al conocimiento de los propios procesos cognitivos, de los resultados de estos procesos y de cualquier aspecto que se relacione con ellos; es decir el aprendizaje de las propiedades relevantes que se relacionen con la información y los datos.

Al iniciar y terminar cada sección se presentan actividades cuyos objetivos son crear una instancia de reflexión para que las y los estudiantes desarrollen a largo plazo un proceso de metacognición que requiere, entre otras cosas, conocer los objetivos deseados, autoobservación del propio proceso de elaboración de conocimientos y la evaluación de los resultados para saber hasta qué punto se han logrado los objetivos. De esta manera se logran mejores y sólidos aprendizajes en las y los estudiantes.

(1) Pozo, J. I. (2002) *Teorías cognitivas del Aprendizaje*. Ciudad: Madrid, Ediciones Morata.

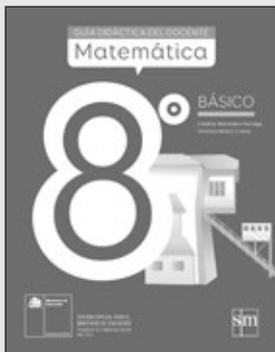
(2) Godino, J., Batanero, C. Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Ciudad: Granada. Universidad de Granada.

(3) Flavell, J. (1979). *Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry*. Stanford. American Psychologist, 34, 906 – 911.

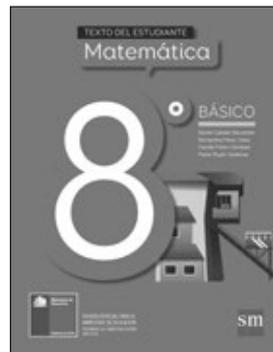
¿Cómo se articulan los componentes de esta propuesta?

Para comprender la articulación entre la Guía didáctica del docente y el Texto del estudiante se presenta un paralelo entre ambas propuestas. Cuando corresponda, se incluye también el Cuaderno de ejercicios y los Recursos digitales complementarios.

Guía didáctica del docente



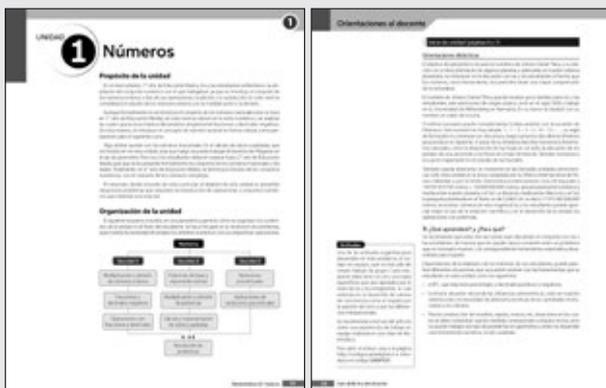
Texto del estudiante



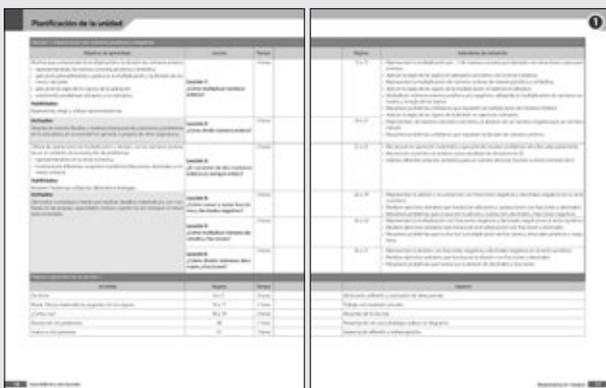
inicio

Las unidades de la Guía presentan una propuesta de planificación general que considera, entre otros aspectos, los objetivos de aprendizaje desarrollados en la unidad del Texto del estudiante.

Unidad de Guía



Al inicio de la unidad de guía se releva el propósito y los objetivos de la respectiva unidad del Texto.



Cada unidad del Texto se trabaja en torno a tres momentos: el inicio, el desarrollo y el cierre. A continuación, se presentan los principales componentes de cada uno de ellos.

También en estas páginas se presentan las secciones, ¿Qué aprenderé? y ¿Para qué?

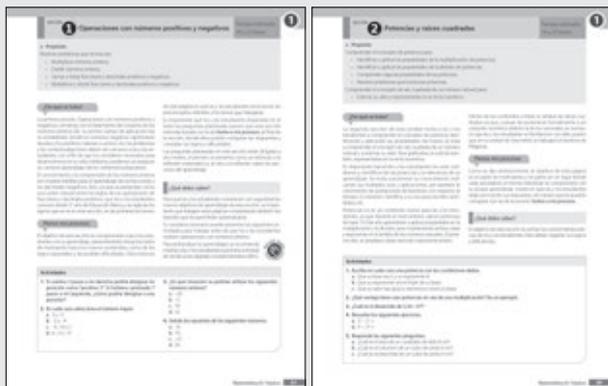


La entrada de unidad se presenta mediante una imagen central motivadora, a partir de ella se proponen una serie de preguntas tendientes a explorar algunas ideas previas.

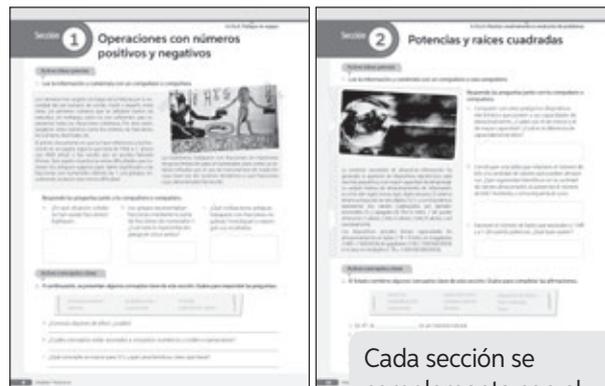
La Guía comienza proponiendo un modelo didáctico en el que se basa el desarrollo del Texto.

Para tener una visión global del año, la Guía didáctica presenta una tabla con la que considera los objetivos de aprendizaje, los objetivos transversales y los tiempos asignados.

Secciones de la unidad de Guía



Secciones de la unidad de Texto



Cada sección se complementa con el Cuaderno de ejercicios.

Inicio de unidad (página 1)
Orientaciones didácticas
 El objetivo de presentar la sección con el descubrimiento planetario, es introducir los números, como...

Orientaciones metodológicas sobre el inicio de la sección.
 Orientaciones sobre las actitudes.



Actitudes
 Una de las actitudes sugeridas desarrollar en esta unidad es el trabajo en equipo, que va más allá del simple trabajo de grupo. Cada integrante debe tener un rol y una tarea específica que sean valorados por el resto de las y los integrantes, lo que contribuye a la convivencia como el...

Pienso mis procesos



Para que los y las estudiantes puedan reconocer y registrar sus motivaciones, establecer planes de trabajo, y trazarse metas, se propone la sección Pienso mis procesos.



RDC
 Apoyo a las actividades de inicio, desarrollo y cierre de cada unidad.

Guía didáctica del docente

Orientaciones metodológicas para ¿Qué debo saber?

¿Qué debo saber?
Antes de comenzar con la primera actividad sobre objetivos de aprendizaje, los estudiantes se sientan seguros de sus aprendizajes. Además, las actividades...

Actividades
1. Traduce al lenguaje algebraico las expresiones:
a. La mitad de un número.
b. Añadir 5 unidades al doble de un número.
c. La suma de un número y el doble de otro.
d. El área de un triángulo de base b y altura h .
e. La diferencia entre dos números.
f. La suma de dos números.
g. Dos números pares.

Texto del estudiante

En la sección ¿Qué debo saber?, se exploran y registran las ideas y nociones previas de los y las estudiantes, mediante una serie de actividades motivadoras.

¿Qué debo saber?
Además de los conocimientos previos, responde las siguientes preguntas y registra tus ideas en el Cuaderno de Ejercicios.

- Responde las siguientes preguntas:
a. $2 + 3 = 5$
b. $4 + 5 = 9$
c. $6 + 7 = 13$
d. $8 + 9 = 17$
e. $10 + 11 = 21$
f. $12 + 13 = 25$
g. $14 + 15 = 29$
h. $16 + 17 = 33$
i. $18 + 19 = 37$
j. $20 + 21 = 41$
- Responde las siguientes preguntas:
a. $2 + 3 = 5$
b. $4 + 5 = 9$
c. $6 + 7 = 13$
d. $8 + 9 = 17$
e. $10 + 11 = 21$
f. $12 + 13 = 25$
g. $14 + 15 = 29$
h. $16 + 17 = 33$
i. $18 + 19 = 37$
j. $20 + 21 = 41$
- Responde las siguientes preguntas:
a. $2 + 3 = 5$
b. $4 + 5 = 9$
c. $6 + 7 = 13$
d. $8 + 9 = 17$
e. $10 + 11 = 21$
f. $12 + 13 = 25$
g. $14 + 15 = 29$
h. $16 + 17 = 33$
i. $18 + 19 = 37$
j. $20 + 21 = 41$

Desarrollo

Cada lección se complementa con las actividades del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones al docente
Este documento proporciona orientaciones metodológicas para el desarrollo de la lección. Incluye recomendaciones sobre el uso de materiales, el tiempo de cada actividad y estrategias para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

Orientaciones y recomendaciones a las actividades del Texto, además de la presentación de otras actividades.

¿Cómo multiplicar números enteros?
En esta lección aprenderás a multiplicar números enteros. Comenzaremos explorando algunos casos particulares y luego veremos cómo multiplicar números enteros de forma general.

Actividad 1: Multiplica los números enteros que aparecen en el siguiente cuadro:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Cada lección se inicia mediante una actividad, cuya finalidad es aproximarse a los nuevos conceptos a través de la observación y el planteamiento de preguntas.

Guía didáctica del docente

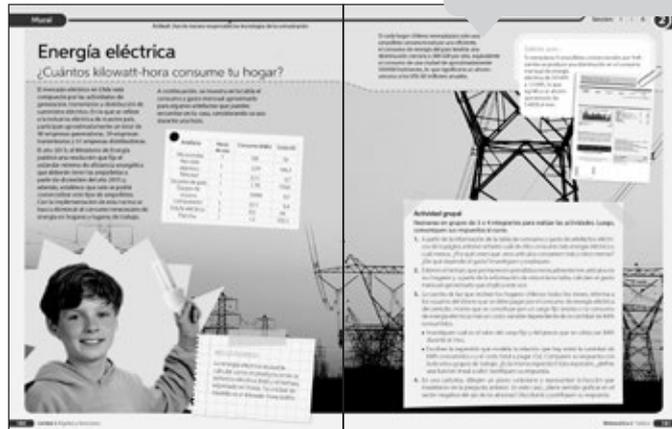


Propósitos y recomendaciones a las actividades del Mural



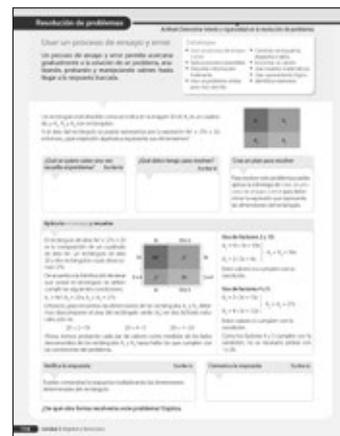
Propósitos y recomendaciones a Resolución de problemas.

Texto del estudiante



Mural
Conecta los objetivos vistos con una situación real.

Cuaderno de ejercicios



A través del Texto se presentan diferentes estrategias de resolución de problemas que se complementan con el Cuaderno de ejercicios y con las orientaciones metodológicas de la Guía.

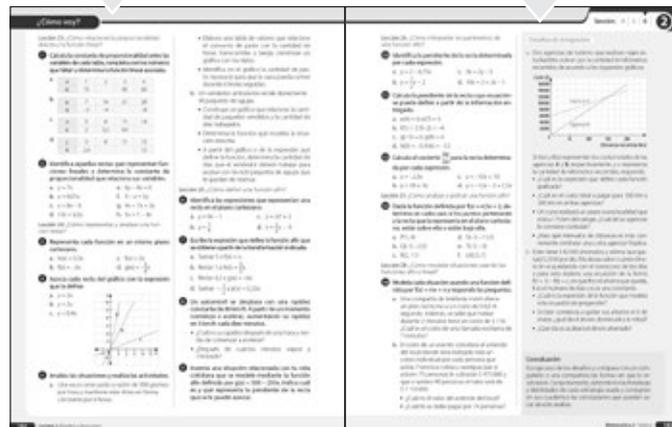
Cierre

La sección ¿Cómo voy? es la oportunidad para conocer cómo se han incorporado los nuevos aprendizajes.

La sección Desafío de integración presenta problemas relacionados con las habilidades y contenidos de la sección.



Orientaciones metodológicas y para evaluaciones de proceso.



Guía didáctica del docente

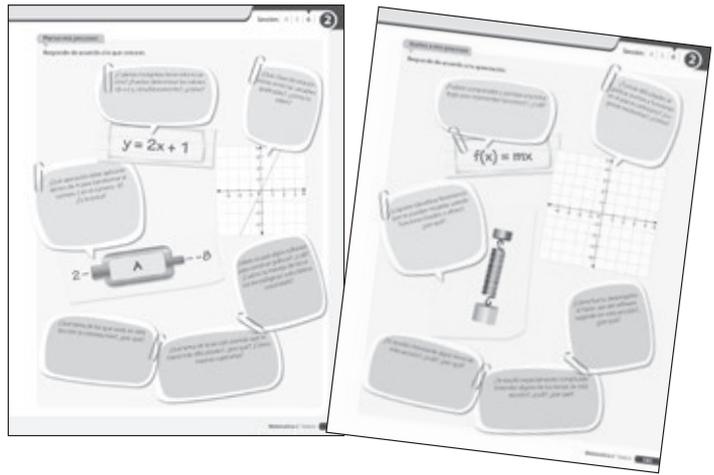


Orientaciones metodológicas para Vuelvo a mis procesos.

Las propuestas dadas por los y las estudiantes en la sección **Pienso mis procesos**, en la sección **Pienso mis procesos**. La verbalización de los contenidos es importante para la adquisición de los aprendizajes. Permita que los estudiantes respondan las preguntas utilizando palabras pero pidiéndoles que mantengan un lenguaje matemático correcto.

Ampliación y profundización didáctica:
 Los siguientes artículos tratan sobre la relación y verbalización y aprendizaje significativo.
<http://codigos.auladigital.cl/código/GM8P09>
<http://codigos.auladigital.cl/código/GM8P07>

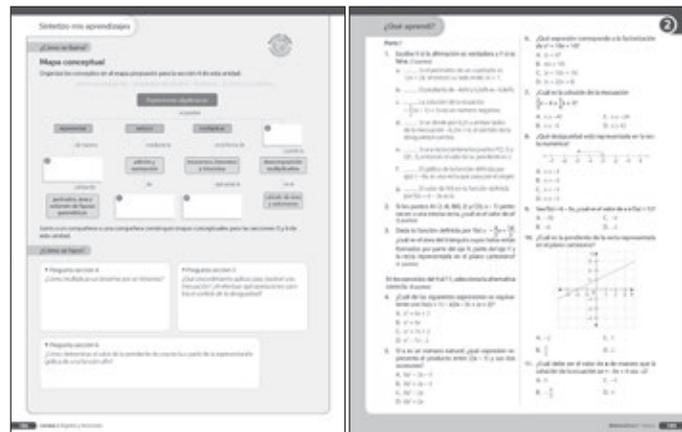
Texto del estudiante



Cada sección termina con **Vuelvo a mis procesos** que se relaciona directamente con **Pienso mis procesos** del comienzo y tienen como objetivo crear una instancia de reflexión para las y los estudiantes.



Orientaciones metodológicas para el cierre.

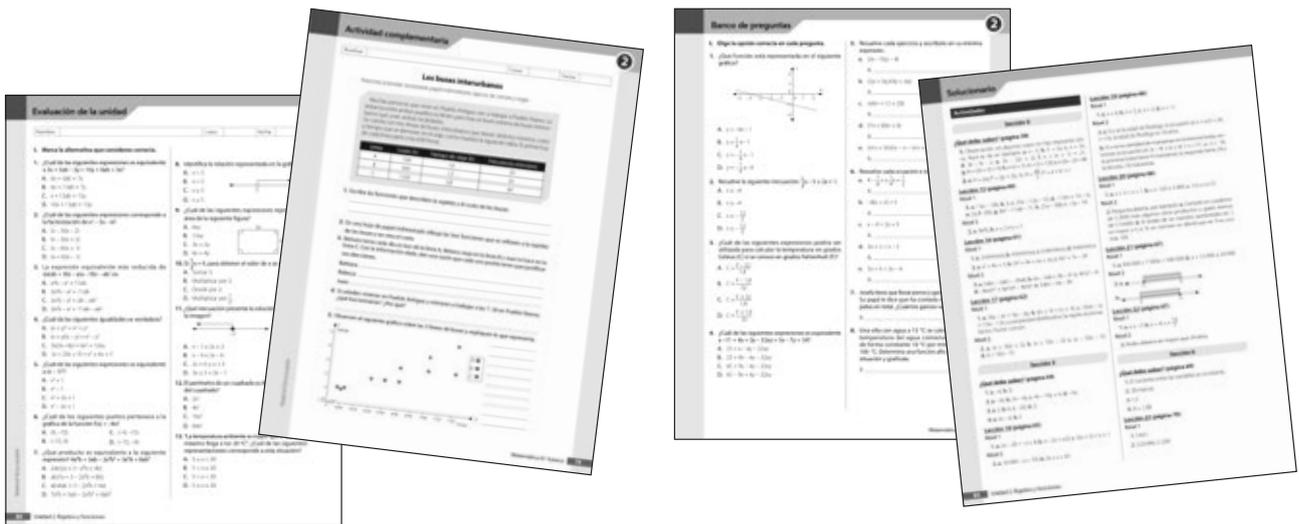


La síntesis corresponde a una instancia donde se destacan las nociones esenciales de la unidad y se muestra cómo se relacionan entre sí.

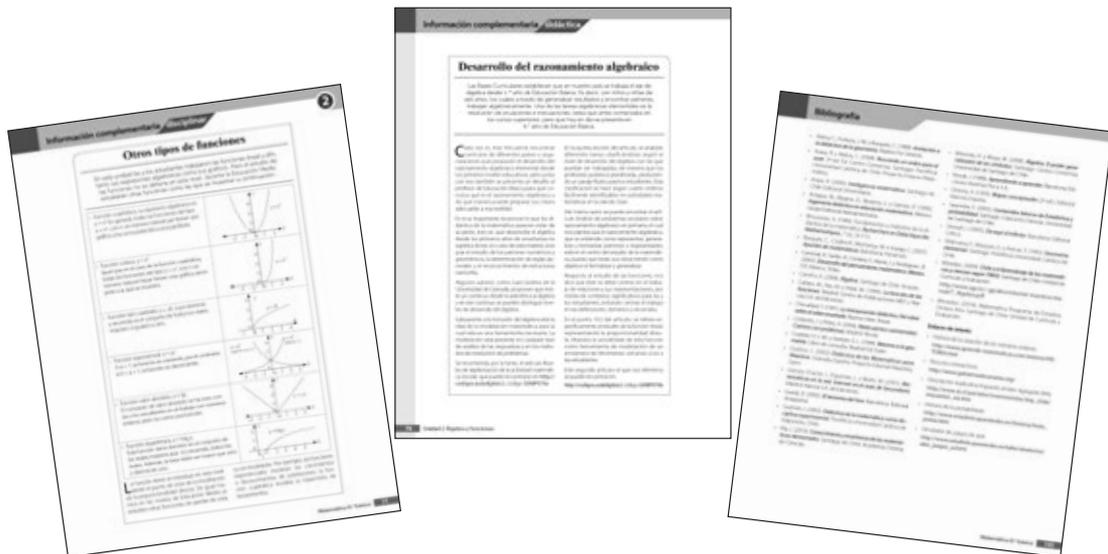
Para cerrar la unidad, se propone una instancia evaluativa.

Guía didáctica del docente

En cada unidad de guía se incluyen actividades complementarias, evaluaciones fotocopiables y banco de preguntas, junto con el solucionario de todas las actividades presentadas.



En cada unidad de guía se incluyen ventanas de profundización disciplinarias y didácticas que permiten actualizar y conocer estudios e investigaciones recientes, además de una bibliografía y páginas web recomendadas.



Importante

Tanto en el Texto del estudiante como en la Guía didáctica del docente los enlaces a páginas web se realizan por medio de un código que permite resguardar la permanencia de la información como la pertinencia de la misma. Para esto, tanto el y la estudiante como el y la docente deberán ingresar el código que se indica en la página <http://codigos.auladigital.cl>

Objetivos de aprendizaje

- Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:
 - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica
 - aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales
 - aplicando la regla de los signos de la operación
 - resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios
- Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:
 - representándolos en la recta numérica
 - involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros)
- Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.
- Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:
 - estimándolas de manera intuitiva
 - representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica
 - aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria
- Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

Habilidades

Resolver Problemas: Destacar la información dada. Aplicar procesos reversibles.

Argumentar y Comunicar: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.

Modelar: Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones.

Representar: Elegir y utilizar representaciones.

Objetivos transversales

- Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades,

Objetivos de aprendizaje

- Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:
 - representándolas de manera pictórica y simbólica
 - relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos
 - determinando formas factorizadas
- Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:
 - utilizando tablas
 - usando metáforas de máquinas
 - estableciendo reglas entre x e y
 - representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo
- Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b$; $x/a = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $x/a + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$, ($a, b, c, d, e \in \mathbb{Q}$)
- Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.
- Mostrar que comprenden la función afín:
 - generalizándola como la suma de una constante con una función lineal
 - trasladando funciones lineales en el plano cartesiano
 - determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo
 - relacionándola con el interés simple
 - usándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Habilidades

Resolver Problemas: Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

Argumentar y Comunicar: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.

Modelar: Seleccionar y ajustar modelos.

Representar: Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.

- incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.

UNIDAD
3

Geometría

Tiempo estimado: 50 horas

Objetivos de aprendizaje

11. Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:
 - estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen
 - desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie
 - transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros
 - aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria
12. Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.
13. Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:
 - los vectores para la traslación
 - los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión
 - los puntos del plano para las rotaciones
14. Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a la simetría de polígonos y poliedros y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

Habilidades

Resolver Problemas: Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.

Argumentar y Comunicar: Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.

Modelar: Evaluar la pertinencia de modelos:

- en relación con el problema presentado
- considerando sus limitaciones

Representar: Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

Objetivos transversales

- Trabajar en equipo en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los

UNIDAD
4

Estadística y probabilidad

Tiempo estimado: 52 horas

Objetivos de aprendizaje

15. Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:
 - identificando la población que está sobre o bajo el percentil
 - representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo
 - utilizándolas para comparar poblaciones
16. Evaluar la forma en que los datos están presentados:
 - comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno
 - justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos
 - detectando manipulaciones de gráficos para representar datos
17. Explicar el principio combinatorio multiplicativo:
 - a partir de situaciones concretas
 - representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo
 - utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto

Habilidades

Resolver Problemas: Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

Argumentar y Comunicar: Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. Evaluar la argumentación de otros dando razones.

Modelar: Evaluar la pertinencia de modelos:

- en relación con el problema presentado
- considerando sus limitaciones

Representar: Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.

datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.

- Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Números

Propósito de la unidad

En el nivel anterior, 7.º año de Educación Básica, los y las estudiantes enfrentaron la ampliación del conjunto numérico con el que trabajaban ya que se introdujo el conjunto de los números enteros y dos de sus operaciones, la adición y la sustracción. En este nivel se completará el estudio de los números enteros con la multiplicación y la división.

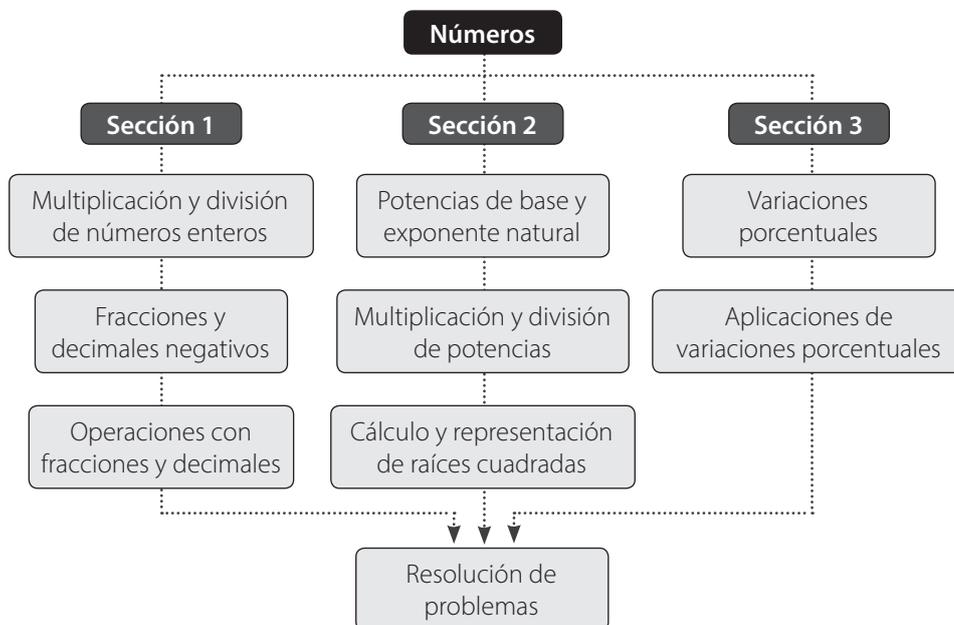
Aunque formalmente no se introduce el conjunto de los números racionales (eso se hace en 1.º año de Educación Media), en este nivel se ubican en la recta numérica y se realizan las cuatro operaciones básicas llamándolos simplemente fracciones y decimales negativos. De esta manera, se introduce el concepto de número racional en forma natural, como preparación para el siguiente curso.

Algo similar sucede con los números irracionales con el cálculo de raíces cuadradas, que se introducen en esta unidad, para que luego se pueda trabajar el teorema de Pitágoras en el eje de geometría. Pero las y los estudiantes deberán esperar hasta 2.º año de Educación Media para que se les presente formalmente los conjuntos de los números irracionales y los reales. Finalmente, en 3.º año de Educación Media, se termina el estudio de los conjuntos numéricos, con el conjunto de los números complejos.

En resumen, desde el punto de vista curricular, el objetivo de esta unidad es presentar situaciones problema que requieren la introducción de operaciones y conjuntos numéricos para obtener una solución.

Organización de la unidad

El siguiente esquema muestra, en una panorámica general, cómo se organizan los contenidos de la unidad en el Texto del estudiante. Se hace hincapié en la resolución de problemas, para mostrar la necesidad de ampliar los ámbitos numéricos con sus respectivas operaciones.



Planificación de la unidad

Sección 1: Operaciones con números positivos y negativos

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<p>Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"> representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales aplicando la regla de los signos de la operación resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios. <p>Habilidades: Representar, elegir y utilizar representaciones.</p>	Lección 1: ¿Cómo multiplicar números enteros?	3 horas	
<p>Actitudes: Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.</p>	Lección 2: ¿Cómo dividir números enteros?	3 horas	
<p>Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> representándolos en la recta numérica involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros) <p>Habilidades: Resolver problemas utilizando diferentes estrategias.</p>	Lección 3: ¿El cociente de dos números enteros es siempre entero?	2 horas	
<p>Actitudes: Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.</p>	Lección 4: ¿Cómo sumar y restar fracciones y decimales negativos?	2 horas	
	Lección 5: ¿Cómo multiplicar números decimales y fracciones?	2 horas	
	Lección 6: ¿Cómo dividir números decimales y fracciones?	2 horas	
Páginas especiales de la sección 1			
Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	8 a 11	3 horas	
Mural: Discos matemáticos, jugando con los signos.	16 y 17	1 hora	
¿Cómo voy?	38 y 39	2 horas	
Resolución de problemas	40	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	41	1 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	12 a 15	<ul style="list-style-type: none"> • Representan la multiplicación por -1 de manera concreta; por ejemplo: con situaciones o procesos inversos. • Aplican la regla de los signos en ejemplos concretos o en la recta numérica. • Representan la multiplicación de números enteros de manera pictórica o simbólica. • Aplican la regla de los signos de la multiplicación en ejercicios rutinarios. • Multiplican números enteros positivos y/o negativos, utilizando la multiplicación de números naturales y la regla de los signos. • Resuelven problemas cotidianos que requieren la multiplicación de números enteros. • Aplican la regla de los signos de la división en ejercicios rutinarios.
	18 a 21	<ul style="list-style-type: none"> • Representan, de manera concreta o pictórica, la división de un número negativo por un número natural. • Resuelven problemas cotidianos que requieren la división de números enteros.
	22 a 25	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen la operación matemática que permite resolver problemas sencillos adecuadamente. • Reconocen cocientes no enteros como resultado de divisiones en \mathbb{Z}. • Utilizan diferente notación simbólica para un número decimal, fracción o mixto menores de 0.
	26 a 29	<ul style="list-style-type: none"> • Representan la adición y la sustracción con fracciones negativas y decimales negativos en la recta numérica. • Realizan ejercicios rutinarios que involucran adiciones y sustracciones con fracciones y decimales. • Resuelven problemas que involucran la adición y sustracción decimales y fracciones negativos
	30 a 33	<ul style="list-style-type: none"> • Representan la multiplicación con fracciones negativas y decimales negativos en la recta numérica. • Realizan ejercicios rutinarios que involucran la multiplicación con fracciones y decimales. • Resuelven problemas que involucran la multiplicación de fracciones y decimales positivos o negativos
	34 a 37	<ul style="list-style-type: none"> • Representan la división con fracciones negativas y decimales negativos en la recta numérica. • Realizan ejercicios rutinarios que involucran la división con fracciones y decimales. • Resuelven problemas que involucran la división de decimales y fracciones.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación de ideas previas
	Trabajo con material concreto.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: realizar un diagrama
	Instancia de reflexión y metacognición.

Sección 2: Potencias y raíces cuadradas			
Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<p>Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.</p> <p>Habilidades: Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones.</p>	<p>Lección 7: ¿Cómo calcular una potencia de base y exponente naturales?</p>	2 horas	
	<p>Lección 8: ¿Cómo multiplicar potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?</p>	2 horas	
	<p>Lección 9: ¿Cómo dividir potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?</p>	2 horas	
<p>Actitudes: Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.</p>	<p>Lección 10: ¿Cuál es el valor de una potencia de exponente 0?</p>	2 horas	
<p>Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • estimándolas de manera intuitiva • representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica • aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria. <p>Habilidades: Argumentar y comunicar. Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.</p>	<p>Lección 11: ¿Cómo se calcula una raíz cuadrada?</p>	2 horas	
<p>Actitudes: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	<p>Lección 12: ¿Cómo ubicar raíces cuadradas en la recta numérica?</p>	2 horas	
Páginas especiales de la sección 2			
Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	42 a 45	3 horas	
Mural: El mensaje de Arecibo	50 y 51	1 hora	
¿Cómo voy?	68 y 69	2 horas	
Resolución de problemas	70	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	71	1 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	46 a 49	<ul style="list-style-type: none"> Representan potencias de base y exponente natural hasta 3 con material concreto, como candados con clave de dígitos, trompos poligonales con números, dados didácticos, diagramas de árbol, etc.
	52 a 55	<ul style="list-style-type: none"> Representan pictóricamente la multiplicación de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. Descubren, comunican y aplican las propiedades de la multiplicación de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica. Relacionan situaciones reales con la multiplicación de potencias. Resuelven ejercicios rutinarios aplicando la multiplicación de potencias.
	56 a 59	<ul style="list-style-type: none"> Representan la división de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. Descubren, comunican y aplican las propiedades de la división de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica. Relacionan situaciones reales con la división de potencias. Resuelven ejercicios rutinarios aplicando la división de potencias.
	60 a 61	<ul style="list-style-type: none"> Descubren, comunican y aplican las propiedades de la multiplicación y la división de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica.
	62 a 65	<ul style="list-style-type: none"> Identifican el término “número cuadrado” como el área de un cuadrado. Identifican el término “raíz cuadrada” con el lado de un cuadrado. Estiman en centímetros, hasta el primer decimal, el largo de un cuadrado cuya área en centímetros cuadrados no tiene raíz exacta. Resuelven problemas que involucran cálculo y estimación de raíces. Calculan el perímetro en situaciones de la vida diaria que involucran cuadrados; por ejemplo: áreas de deporte, escenarios, parques, etc. Aplican la raíz cuadrada en la solución de problemas de la vida cotidiana o de ciencias.
	66 a 67	<ul style="list-style-type: none"> Representan raíces exactas en la recta numérica. Ubican la posición aproximada de raíces no exactas en la recta numérica.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación de ideas previas
	Actividad grupal
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: encontrar un patrón.
	Instancia de reflexión y metacognición

Sección 3: Variaciones porcentuales			
Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo calculando el interés anual del ahorro. Habilidades: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	Lección 13: ¿Cómo calcular una variación porcentual?	2 horas	
Actitudes: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor en la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.	Lección 14: ¿Cómo hacer cálculos usando variaciones porcentuales?	2 horas	
Páginas especiales de la sección 3			
Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	72 a 75	3 horas	
Mural: Energías renovables no convencionales en Chile	84 y 85	1 hora	
¿Cómo voy?	86 y 87	1 hora	
Resolución de problemas	88	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	89	1 hora	

Páginas finales de la unidad 1			
Actividad	Páginas	Tiempo	
Sintetizo mis aprendizajes	90	1 hora	
Refuerzo mis aprendizajes	91 y 92	1 hora	
¿Qué aprendí?	93 a 95	2 horas	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	76 a 79	<ul style="list-style-type: none"> • Relacionan porcentajes rebajados y aumentados con situaciones reales; por ejemplo: ofertas de venta, aumento del sueldo, inflación, etc. • Identifican, en expresiones de la vida diaria, los tres términos involucrados en el cálculo porcentual: el porcentaje, el valor inicial que corresponde al porcentaje y el valor que corresponde a la base. • Expresan porcentajes aumentados o rebajados con números decimales y viceversa; por ejemplo: un aumento de 15% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 1,15; la rebaja de 12% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 0,88, etc.
	80 a 83	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas que involucran tasas de interés simple y compuesto. • Resuelven problemas que involucran cálculo del impuesto al valor agregado (IVA).

	Objetivo	Observaciones
	Motivación, reflexión y activación de ideas previas	
	Actividad grupal	
	Resumen de la sección.	
	Presentación de una estrategia: diagrama de barras.	
	Instancia de reflexión y metacognición	

	Objetivo
	Mapa conceptual; ideas fuerza
	Aplicaciones y resumen de la sección
	Reflexión sobre los aprendizajes

Inicio de unidad (páginas 6 y 7)

Orientaciones didácticas

El objetivo de presentar la secuencia numérica de Johann Daniel Titius, y su relación con el descubrimiento de algunos planetas y asteroides en nuestro sistema planetario, es introducir en la discusión con las y los estudiantes el hecho que los números, como herramienta, nos permiten tener una mayor comprensión de la naturaleza.

El nombre de Johann Daniel Titius puede resultar poco familiar para los y las estudiantes, este astrónomo de origen polaco, vivió en el siglo XVIII y trabajó en la Universidad de Wittenberg en Alemania. En su honor se bautizó con su nombre un cráter de la Luna.

Si estima necesario puede complementar la idea anterior con la sucesión de Fibonacci. Esta sucesión es muy simple, $1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - \dots$, su regla de formación es comenzar con dos unos y luego sumar los dos últimos términos para producir el siguiente. A pesar de su simpleza describe numerosos fenómenos naturales, como la disposición de las hojas en un tallo, la ubicación de los pétalos de una alcachofa o las flores en el tipo de brócoli, llamado romanesco, el cual es importante en el estudio de los fractales.

También puede detenerse un momento en las llamadas unidades astronómicas (UA), esta unidad es la única aceptada por la Oficina Internacional de Pesas y Medidas y por la Unión Astronómica Internacional. Una UA equivale a 149 597 870 700 metros \approx 150 000 000 000 metros, aproximadamente la distancia media entre nuestro planeta y el Sol. Por ejemplo la distancia media entre Mercurio y el Sol, es de 0,3865 UA, es decir, 57 975 000 000 000 metros, al mostrar números de esta magnitud las y los estudiantes podrán apreciar mejor el uso de la notación científica y, en el desarrollo de la unidad, las operaciones con potencias.

» ¿Qué aprenderé? y ¿Para qué?

Se recomienda que estas dos secciones sean discutidas en conjunto con los y las estudiantes, de manera que les quede clara la conexión entre un problema que es necesario resolver y la correspondiente herramienta matemática desarrollada para lograrlo.

Dependiendo de la realidad y de los intereses de sus estudiantes, puede plantear diferentes situaciones que se pueden resolver con las herramientas que se estudiarán en esta unidad, como las siguientes:

- el IPC, que relaciona porcentajes y decimales positivos o negativos,
- la misma situación inicial de las distancias astronómicas, visto en nuestro sistema solar y la necesidad de abreviar la escritura de las cantidades involucradas y los cálculos.
- Para la construcción de muebles, repisas, marcos, etc, situaciones en las cuales se debe comprobar que las medidas correspondan a ángulos rectos, pero no puedo trabajar ese tipo de problemas en geometría si antes no se desarrolla una herramienta numérica, la raíz cuadrada.

Actitudes

Una de las actitudes sugeridas para desarrollar en esta unidad es el trabajo en equipo, que va más allá del simple trabajo de grupo. Cada integrante debe tener un rol y una tarea específicos que sean valorados por el resto de las y los integrantes, lo cual redundará en el desarrollo de valores de convivencia como el respeto por la opinión del otro o por las diferencias interpersonales.

Se recomienda la lectura del artículo sobre una experiencia de trabajo en equipo realizada en una clase de Matemática.

Para abrir el enlace vaya a la página <http://codigos.auladigital.cl> e introduzca el código GM8P020

» Propósito.

Resolver problemas que involucran:

- Multiplicar números enteros.
- Dividir números enteros.
- Sumar y restar fracciones y decimales positivos y negativos.
- Multiplicar y dividir fracciones y decimales positivos y negativos.

¿De qué se trata?

La primera sección, Operaciones con números positivos y negativos, comienza con el tratamiento del conjunto de los números enteros (\mathbb{Z}). Su primer campo de aplicación fue la contabilidad, donde los números negativos significaban deudas y los positivos, haberes o activos. Así, los problemas y las contextualizaciones deben ser cercanos a las y los estudiantes, con el fin de que los consideren necesarios para desenvolverse en su vida cotidiana y podamos así asegurar un correcto aprendizaje de los contenidos propuestos.

El conocimiento y la comprensión de los números enteros son imprescindibles para el aprendizaje de las fracciones y los decimales negativos. Esto, ya que se presentan como una unión natural entre las reglas de las operaciones de fracciones y decimales positivos, que los y las estudiantes conocen desde 5.º año de Educación Básica, y la regla de los signos que se ve en esta sección, en las primeras lecciones.

Pienso mis procesos

El objetivo de esta sección es comprometer a las y los estudiantes con su aprendizaje, presentándoles instancias tanto de motivación hacia los nuevos contenidos, como de los logros esperables y las posibles dificultades. Otra instancia

de esta página es que las y los estudiantes reconozcan los preconceptos referidos a los temas que trabajarán.

Es importante que los y las estudiantes respondan en el texto las preguntas planteadas puesto que esta sección está relacionada con la de *Vuelvo a mis procesos*, al final de la sección, donde ellos podrán comparar sus respuestas y constatar sus logros y dificultades.

Las preguntas planteadas en esta sección están dirigidas a dos niveles, el primero se presenta como un estímulo a la reflexión matemática y el otro a la reflexión sobre los procesos del aprendizaje.

¿Qué debo saber?

Para que las y los estudiantes comiencen con seguridad los nuevos objetivos de aprendizaje de esta sección, es importante que trabajen estas páginas completando también los laterales que les permitirán autoevaluarse.

Si considera necesario puede presentar las siguientes actividades para trabajar antes de que los y las estudiantes realicen operaciones con números enteros.

Para profundizar los aprendizajes se recomienda mostrar a las y los estudiantes la primera actividad de los Recursos digitales complementarios (RDC).



Actividades

- Si camino 3 pasos a mi derecha podría designar mi posición como "positivo 3". Si hubiera caminado 7 pasos a mi izquierda, ¿cómo podría designar a esa posición?
- En cada caso selecciona el número mayor.
 - 3 y -5
 - 2 y -4
 - 4, -8 y 2
 - 6, -3 y -9
- ¿En qué situación se podrían utilizar los siguientes números enteros?
 - 20
 - 5
 - 18
 - 32
- Señala los opuestos de los siguientes números.
 - 8
 - 10
 - 21
 - 24

Lección 1: ¿Cómo multiplicar números enteros?

- » **Propósito:** Comprender la multiplicación de números enteros.
- » **Componentes:** páginas de la 12 a la 15 en el Texto y páginas 6 y 7 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

De la regla de los signos el caso de dos números negativos es el menos intuitivo para los y las estudiantes. Por esto se recomienda detenerse en él, ya sea en la demostración del texto o explicando con un patrón como se muestra a continuación.

$$\begin{array}{lll} 3 \cdot -2 = -6 & 1 \cdot -2 = -2 & -1 \cdot -2 = 2 \\ 2 \cdot -2 = -4 & 0 \cdot -2 = 0 & -2 \cdot -2 = 4 \end{array}$$

Cada multiplicación puede ser vista como una suma en que el primer factor indica el número de veces que aparece el segundo factor como sumando. Por ejemplo:

$$3 \cdot -2 = -6 = -2 + -2 + -2 = -6$$

El patrón consiste en ir disminuyendo en una unidad el primer factor y mantener constante el segundo factor (-2). Puede observarse que el producto va aumentando de 2 en 2. Entonces, si el patrón se mantiene, se puede mostrar que el producto de dos números negativos es un valor positivo.

Links de interés

Se puede encontrar un video introductorio de la historia y los usos de los números al ingresar el código GM8P022a en la página <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades**Nivel 1**

1. Completa la tabla realizando los ejercicios propuestos.

a	b	c	$ab + c - a$	$-a + b + c + bc$	$abc - bc - c$
1	-2	0			
-1	0	2			
2	5	-1			
-1	2	-3			

Nivel 2

2. En un experimento controlado, se disminuye la temperatura de una disolución 2 °C cada media hora.

- Si la temperatura inicial de la muestra era de 14 °C, ¿cuál fue su temperatura transcurridas 5 horas?
- Si la temperatura inicial de la muestra era de -7 °C, ¿cuál fue su temperatura transcurridas 8 horas?

Mural: Discos matemáticos, jugando con los signos

- » **Propósito:** Trabajar en equipo, en forma responsable y respetando las opiniones de otros.
Analizar y aplicar una estrategia para determinar el signo de un producto de múltiples factores usando material concreto.
- » **Componentes:** páginas 16 y 17 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Los y las estudiantes de todas las edades deben aprender a darle significado a lo que hacen y deben construir su propio significado de la matemática para poder comprenderla. El trabajo con material concreto aporta al cumplimiento de este propósito, ayudando a las y los estudiantes en el tránsito hacia el conocimiento de lo simbólico.

Respecto a los materiales, es necesario preocuparse que los discos sean del mismo tamaño para que puedan girar como se desea, los de cartón pueden ser reemplazados por tapas plásticas de tarros (por ejemplo, de café), el cartón recomendado en el texto para poner los discos puede ser reemplazado por una lámina de plumavit delgada para poder colocar fácilmente los broches.

Sobre la formación de los grupos, dependiendo del tamaño de su clase y de la cantidad de material, trate que sus grupos no sean muy numerosos. De esta forma cada miembro podrá asumir una responsabilidad específica y todos deberán comprometerse con la actividad.

Links de interés

Un trabajo muy interesante sobre las ventajas del trabajo de equipo o colaborativo en clases de matemática se puede encontrar ingresando el código GM8P022b en la página <http://codigos.auladigital.cl>

Metacognición

La verbalización es un factor importante en el proceso de metacognición, por lo que se recomienda que al finalizar la actividad los y las estudiantes relaten sus conclusiones.

Discusión matemática

También puede plantear una discusión matemática, por ejemplo preguntando si los hallazgos del experimento pueden considerarse como una prueba matemática de su validez.

Lección 2: ¿Cómo dividir números enteros?

- » **Propósito:** Comprender la división de números enteros.
- » **Componentes:** páginas de la 18 a la 21 en el Texto y páginas 8 y 9 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En la página 20, ejercicio 6, se pide completar con un término incógnito. Para su resolución, se sugiere reforzar el algoritmo del ejercicio.

- Si falta el dividendo: multiplicar el divisor y el cociente.
- Si falta el divisor: dividir el dividendo por el cociente

Además de practicar las operaciones con números enteros, esto puede servir como apresto para la resolución de ecuaciones de la próxima unidad.

Para las y los estudiantes puede resultar difícil dar sentido a un divisor negativo, si considera adecuado puede conectar la división con la multiplicación con un ejemplo como el siguiente: $(-3) \cdot (-4) = 12$ por lo tanto $12 : (-3) = -4$

Errores frecuentes

En ejercicios como $0 : (-3)$, los estudiantes tienden a dar como resultado (-3) . Refuerce el contenido de la partición del 0 por medio de contextualizaciones y de la multiplicación: $0 : (-3) = \square \Rightarrow \square \cdot (-3) = 0$

El número que multiplicado por -3 da 0 es 0, por lo tanto, el resultado de la división es 0.

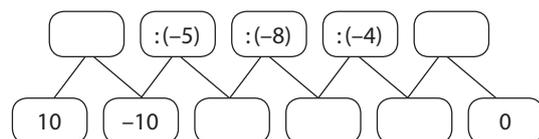
Actividad evaluativa del proceso

Con los ejercicios 8 y 10 de la página 21, puede detectar posibles concepciones erróneas por parte de las y los estudiantes y, en el desarrollo del paso a paso puede encontrar errores puntuales que puedan estar cometiendo.

Actividades

Nivel 1

1. Completa las secuencias realizando los ejercicios indicados:



Nivel 2

2. Francisca afirma que al dividir cualquier número entero, distinto de 0, por -1 el cociente es igual al inverso aditivo del dividendo. ¿Está en lo correcto? Explica y comprueba con ejemplos.

Lección 3: ¿El cociente de dos números enteros es siempre entero?

- » **Propósito:** Explorar el cociente de números enteros.
- » **Componentes:** páginas de la 22 a la 25 en el Texto y página 10 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Utilice la pregunta que le da nombre a la lección como interrogante inicial, escuche las respuestas de los estudiantes y dé paso al refuerzo de los contenidos relacionados con fracciones y decimales ahora con distinto signo.

Se sugiere, además, realizar un par de ejercicios de transformación de fracción a decimal como las sugeridas en las Actividades complementarias.

También es recomendable recordar con los y las estudiantes la razón por la que no está definido el denominador 0 en las fracciones.

Una gran fuente de errores es en los números mixtos negativos, recuérdelos que siempre la parte entera y la fracción tienen igual signo.

Ampliación y profundización didáctica

Algunos estudios sobre el trabajo matemático en la sala de clase, en Chile, indican que hay escasa discusión matemática entre las y los estudiantes y entre estos y sus profesores.

En esta lección puede aprovechar de plantear preguntas como por ejemplo si las reglas de las operaciones conocidas cambian al cambiar los ámbitos numéricos.

Para más información sobre el estudio referido ver el siguiente enlace:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P023

Actividades

Nivel 1

1. Transforma cada una de las fracciones a número decimal. Entrega tu resultado con dos dígitos decimales.

a. $\frac{1}{3}$	c. $\frac{6}{7}$	e. $\frac{8}{11}$
b. $\frac{5}{4}$	d. $\frac{20}{12}$	f. $\frac{7}{45}$

Nivel 2

2. Andrea lanza una piedra a un lago y esta se hunde rápidamente. Pasados 18 segundos la piedra llega al fondo. Si el lago tiene una profundidad de 20 metros, ¿cuál es la rapidez de la piedra?

Lección 4: ¿Cómo sumar y restar fracciones y decimales negativos?

- » **Propósito:** Representar adiciones y sustracciones de fracciones y decimales positivos y negativos.
- » **Componentes:** páginas de la 26 a la 29 en el Texto y página 11 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Si bien las y los estudiantes conocen la adición y sustracción de fracciones y decimales positivos, es necesario reforzar sobre todo las operaciones con fracciones. Refuerce dichos contenidos con ejercicios explicados en la pizarra, utilizando la igualación de denominadores por medio del cálculo del mínimo común múltiplo. Si aprecia que la mayoría de los y las estudiantes no maneja el contenido, formalícelo y registre un paso a paso del algoritmo.

Errores frecuentes

La mayoría de los errores referentes a este contenido se cometen en el desarrollo de adiciones y sustracciones de fracciones. Pídale a sus estudiantes que al realizar los ejercicios, pueden ser los del Cuaderno de ejercicios, lo hagan en orden y en bastante espacio. De esta manera podrán revisarlos y detectar los errores cometidos.

Actividades

Nivel 1

1. Resuelve los ejercicios combinados respetando la prioridad de las operaciones.

a. $-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{-2}{4} - \frac{1}{12}$

b. $-\frac{3}{2} + (-1,3) - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} - 3,15$

Nivel 2

2. Resuelve los siguientes problemas

- a. Un litro de agua en condiciones normales tiene una masa de 1 kg, mientras que un litro de aceite masa 0,855 kg. ¿Cuál es la diferencia de masa entre ambos líquidos?
- b. Para preparar un jugo de frutas se agrega $\frac{1}{8}$ L de arándanos, $\frac{1}{5}$ L de frambuesas, $\frac{1}{10}$ L de naranja y medio litro de agua. ¿Se preparó más de 1 litro de jugo o menos?

Lección 5: ¿Cómo multiplicar números decimales y fracciones?

- » **Propósito:** Multiplicar números decimales y fracciones.
- » **Componentes:** páginas de la 30 a la 33 en el Texto y páginas 12 y 13 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Es fundamental reforzar los algoritmos de la multiplicación de decimales y fracciones positivas. Proponga escribir un “paso a paso” de dichos procesos, y luego solicitar a las y los estudiantes realizar los ejercicios de repaso propuestos en la sección Practiquemos lo aprendido de la página 32.

En los ejercicios combinados, algunos estudiantes prefieren trabajar con decimales y otros con fracciones. Muéstreles que, trabajando con fracciones tienen la ventaja de poder simplificar antes de multiplicar.

Habilidades y/o actitudes

Aproveche la primera pregunta del problema 9.a para evaluar la habilidad de Comunicar y argumentar con las y los estudiantes. Puede complementarla con el ejercicio 8 de verdadero o falso.

Links de interés

Recurso en línea de multiplicación de fracciones para reforzar el algoritmo con fracciones positivas.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P024

Actividades

Nivel 1

1. Resuelve los ejercicios combinados respetando la prioridad de las operaciones.

a. $\frac{-10}{27} \cdot 0,3 + 1,6 - (-1\frac{1}{9} + 2)$

b. $\frac{-11}{5} \cdot 0,85 + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$

Nivel 2

2. Resuelve los siguientes problemas.

- a. En un experimento se comienza con un objeto a 0 °C. Luego la temperatura disminuye 2,25 °C cada hora, ¿cuál será su temperatura una hora y media después de haberla encendido?
- b. Matilda corre todos los días cierta cantidad de kilómetros. Según sus cálculos, corre 4,25 km en una hora. Si mantiene la rapidez, ¿cuántos kilómetros correrá en $\frac{6}{4}$ h?

Lección 6: ¿Cómo dividir números decimales y fracciones?

- » **Propósito:** Resolver problemas dividiendo números decimales y fracciones.
- » **Componentes:** páginas de la 34 a la 37 en el Texto y páginas 14 y 15 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

Al terminar de revisar las operaciones con fracciones y decimales, vuelva a plantearle a sus estudiantes que lo único realmente nuevo para ellos en esta sección ha sido la regla de los signos. Puesto que las reglas de las operaciones usadas son las mismas que ya conocían ampliadas a valores negativos.

Habilidades y/o Actitudes. En la sección *Argumenta y comunica* se pueden desarrollar estas habilidades con sus estudiantes. Exíjales que utilicen un vocabulario matemático adecuado para plantear que el primer ejercicio fue amplificado por 100 para lograr el segundo, por lo tanto el cociente de ambos debe ser igual.

Errores frecuentes

Un error muy común de las y los estudiantes es pensar que en la fracción $-\frac{2}{3}$, el 2 y el 3 son negativos, insista con ellos la regla de los signos: si el valor de un cociente es negativo, solo uno de los términos es negativo.

Links de interés

Página de Internet que describe el uso del recíproco o inverso multiplicativo de un número.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P025a

Actividades

Nivel 1

1. Calcula el resultado de los siguientes ejercicios.

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a. $-0,667 : (-1\ 000)$ | c. $-789,9 : (-100)$ |
| b. $8,9 : (-10\ 000)$ | d. $0,1 : (-10)$ |

Nivel 2

2. Resuelve los siguientes problemas considerando que la rapidez (v) de un cuerpo es la razón entre la distancia recorrida (d) y el tiempo empleado (t).

- Una pelota de hockey rueda 35,4 metros en 7,5 segundos. ¿Cuál es su rapidez?
- Una libélula vuela en línea recta hacia el sur a 7 m/s durante 28 s. ¿Cuál es la distancia total que recorre la libélula?

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Retomar todos los contenidos y habilidades de la sección.
- » **Componentes:** páginas 38 y 39 en el Texto, páginas 16 y 17 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

Esta es una de las páginas especiales que terminan la primera sección de la unidad, también es una buena instancia para trabajar en grupo.

Antes de comenzar a resolver los ejercicios y problemas proponga a sus estudiantes que cada grupo le presente al resto de la clase un resumen de los contenidos vistos, cada grupo puede aportar con una lección y anotarla en la pizarra.

También esta sección es una buena instancia para una evaluación de proceso. Sería adecuado si cada estudiante anotara la lección en la que presenta dificultades al resolver los ejercicios y problemas y repasara esas lecciones.

Utilice las actividades del Cuaderno de ejercicios como reforzamiento para esta sección del texto.

La sección *Desafío de integración* consiste en plantear al estudiante una serie de problemas que combinan los contenidos, habilidades y actitudes de todas las lecciones de la sección.

Un buen ejercicio, al momento de resolver los problemas, es utilizar los pasos propuestos por Polya y además discutir diferentes estrategias para resolver el mismo problema.

Links de interés

A continuación se presentan tres enlaces con información sobre cómo estudiar matemática. Quizás se podría recoger algunas de esas recomendaciones y compartirlas con los y las estudiantes.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P025b

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P025c

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P025d

Resolución de problemas

- » **Componentes:** página 40 en el Texto y páginas 18 y 19 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

Al finalizar cada sección del Texto, se presentará esta sección que muestra una estrategia específica para la resolución de problemas.

Está clara la importancia de la resolución de problemas en el proceso de la enseñanza aprendizaje de la matemática pero para lograrlo se debe entregar a los y las estudiantes

las herramientas para hacerlo, es decir, que cuenten con un abanico de estrategias.

Como complemento de esta actividad, en el Cuaderno de ejercicios se subdivide esta sección en una parte de práctica de la estrategia, otra en la cual los y las estudiantes deben distinguir situaciones en las cuales es adecuada o no la estrategia, una sección donde deben crear situaciones problemáticas y finalmente hay una sección de metacognición.

Errores frecuentes

Muchas veces las y los estudiantes llegan a una respuesta matemática al resolver un problema, pero no la que el problema requiere. Un ejemplo típico ocurre cuando el ejercicio pregunta por la edad en 3 años más y la respuesta es dada como la edad actual.

Para evitar esto, los y las estudiantes deberían hacerse el hábito de entregar una respuesta completa. Siguiendo el ejemplo, se debería responder: en tres años más... , lo que los obliga a pensar nuevamente cuál es la respuesta requerida.

Links de interés

Puede encontrarse más información sobre las etapas de la resolución de problemas matemáticos en:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P026a

Sobre las estrategias de resolución de problemas matemáticos, los siguientes links muestran interesantes artículos sobre el tema:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P026b

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P026c

Vuelvo a mis procesos

» Componentes: página 41 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

Esta es la actividad con que termina cada sección del Texto del estudiante. Su objetivo es crear una instancia de reflexión y de metacognición para las y los estudiantes.

Se espera que ellos tengan un tiempo adecuado para, por una parte revisar las respuestas dadas en *Pienso mis procesos* del inicio de la sección, y responder las preguntas en forma individual y luego un tiempo para compartir sus respuestas con sus compañeros y compañeras, con el docente adquiriendo un rol de mediador de esta discusión.

Ampliación y profundización didáctica

Podemos entender la metacognición como:

“Manera de aprender a razonar sobre el propio razonamiento, aplicación del pensamiento al acto de pensar, aprender a aprender, es mejorar las actividades y las tareas intelectuales que uno lleva a cabo usando la reflexión para orientarlas y asegurarse una buena ejecución.” (Yael Abramovicz, psicopedagoga.)

En el punto 2.2 (página 9) del siguiente documento, se profundiza sobre la metacognición y su rol como factor de aprendizaje, de hecho, algunos autores declaran que, la metacognición es, directamente, una estrategia de aprendizaje.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P026d

El siguiente artículo que se recomienda para su lectura, del profesor de la Universidad de Playa Ancha, Carlos Silva, es más específico que el anterior, planteando el proceso de metacognición en el aprendizaje de matemática.

Una de las conclusiones que el autor plantea es que mientras más consiente esté el o la estudiante del proceso de aprendizaje, más cambia su actitud hacia el conocimiento.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P026e

» **Propósito**

Comprender el concepto de potencia para:

- Identificar y aplicar las propiedades de la multiplicación de potencias.
- Identificar y aplicar las propiedades de la división de potencias.
- Comprender algunas propiedades de las potencias.
- Resolver problemas que involucran potencias.

Comprender el concepto de raíz cuadrada de un número natural para:

- Estimar su valor y representarlas en la recta numérica.

¿De qué se trata?

La segunda sección de esta unidad invita a las y los estudiantes a comprender el concepto de potencia identificando y aplicando sus propiedades. Así mismo, se insta a comprender el concepto de raíz cuadrada de un número natural y a estimar su valor. Para graficarlas, se solicita también, representarlas en la recta numérica.

Es importante transmitir a los estudiantes los usos cotidianos y científicos de las potencias y la relevancia de su aprendizaje. Se invita a promover su conocimiento indicando sus múltiples usos y aplicaciones, por ejemplo el crecimiento de poblaciones de bacterias con respecto al tiempo; la notación científica y su uso para escribir cantidades; etc.

Potencias no es un contenido nuevo para las y los estudiantes, ya que durante el nivel anterior vieron potencias de base 10. Este año aprenderán a aplicar propiedades en la multiplicación y la división, pero manteniendo ambos, base y exponente, en el ámbito de los números naturales. El próximo año, se ampliará a base racional y exponente entero.

Dentro de los contenidos a tratar se señalan las raíces cuadradas ya que, a pesar de pertenecer formalmente a un conjunto numérico distinto al de los racionales, es necesario que las y los estudiantes se familiaricen con ellas, puesto que en la unidad de Geometría se trabajará el teorema de Pitágoras.

Pienso mis procesos

Como se dijo anteriormente, el objetivo de esta página es en parte ser motivadora, y en parte ser un lugar donde cada estudiante, en forma individual se compromete con su propio aprendizaje. Insista en que las y los estudiantes dejen por escrito sus respuestas, de manera que las puedan comparar con las de la sección *Vuelvo a mis procesos*.

¿Qué debo saber?

El objetivo de esta sección es activar los conocimientos previos de los y las estudiantes. Ellos deben registrar sus logros y deficiencias.

Actividades

1. **Escribe en cada caso una potencia con las condiciones dadas.**
 - a. Que su base sea 5 y su exponente 8.
 - b. Que su exponente sea el triple de su base.
 - c. Que su valor sea igual a veinticinco veces su base.
2. **¿Qué ventaja tiene usar potencias en vez de una multiplicación?**
3. **¿Cuál es el desarrollo de $5,34 \cdot 10^4$?**
4. **Resuelve los siguientes ejercicios.**
 - a. $3^2 - 2^3 =$
 - b. $5^3 - 5^2 =$
5. **Responde las siguientes preguntas.**
 - a. ¿Cuál es el área de un cuadrado de lado 8 cm?
 - b. ¿Cuál es el volumen de un cubo de arista 4 cm?
 - c. ¿Cuál es el área total de un cubo de arista 6 cm?

Lección 7: ¿Cómo calcular una potencia de base y exponente naturales?

- » **Propósito:** Calcular una potencia de base y exponente naturales.
- » **Componentes:** páginas de la 46 a la 49 en el Texto y página 20 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En la página 42 de esta Guía puede encontrar un taller matemático sobre regularidades en los resultados de las potencias de 2.

Este taller está intencionado como una aplicación de las potencias, además de trabajar las habilidades de Modelar y Argumentar y comunicar. También fomenta la actitud de Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.

Ampliación y profundización disciplinaria

El sistema binario se utiliza en las computadoras ya que solo tienen dos posibles estados: encendido, equivalente a 1, apagado 0.

Para trabajar el concepto de posición en un número, puede realizar descomposiciones en potencias de 2 para expresar números del sistema decimal en el sistema binomial, por ejemplo:

$1 = 2^0$, por lo tanto, en binario es 1.

$2^1 = 2$, por lo tanto, en binario es 10.

$3 = 2^1 + 2^0$, por lo tanto, en binario es 11.

$4 = 2^2$, por lo tanto, en binario es 100.

Y presentar la siguiente tabla:

Número	2^3	2^2	2^1	2^0
1				1
2			1	0
3			1	1
4		1	0	0

Puede planificar un trabajo de investigación, en el cual los y las estudiantes puedan presentar a sus compañeros como se puede, por ejemplo, sumar números en base 2.

Links de interés

Sobre cálculo de potencias.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P028a

Sobre potencias de base y exponente natural.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P028b

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P028c

Actividades

Nivel 1

1. Escribe en notación científica las distancias de la Tierra a algunos planetas.

- Saturno: 1 200 000 000
- Urano: 2 720 000 000
- Neptuno: 4 350 000 000

Nivel 2

2. Resuelve los siguientes problemas.

- En una sección de una galería de arte hay dos paredes con dos cuadros en cada una. En cada cuadro aparecen dos personas con dos flores cada una. ¿Cuántas flores hay en total?
- En un edificio de 7 pisos, con 7 departamentos en cada piso, y con 7 ventanas en cada uno. ¿Cuántas ventanas hay?

Mural: El mensaje de Arcibo.

- » **Propósito:** Conectar con otras ramas científicas. Aplicar potencias a situaciones de la vida real.
- » **Componentes:** páginas 50 y 51 del Texto

Orientaciones didácticas

Si lo considera apropiado conecte el sistema binario con el decimal, de esa forma detectará el nivel de comprensión del sistema numérico que poseen las y los estudiantes.

Habilidades y/o actitudes: Trabajar en equipo, responsable y respetuosamente de las opiniones de otros.

Información complementaria

En el sistema decimal, se organizan las cantidades en grupos de 10, por lo tanto el número 1250 se puede escribir, utilizando esas potencias como:

$$1 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 0 \cdot 1$$

$$1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 0 \cdot 10^0$$

En el sistema binario, se organizan las cantidades en grupos de 2. En este caso usando las potencias de 2, tenemos

$$8 + 4 + 1 = 13$$

$$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$$

$$1 + 1 + 0 + 1 = 13$$

por lo tanto 1101 es 13 escrito en base binaria.

Ampliación y profundización didáctica

El trabajo colaborativo o cooperativo se entiende como una estrategia de aprendizaje a través de formación de grupos que tienen una tarea en común.

La investigadora española Noemí Mínguez relata experiencias de trabajo cooperativo en clases de matemática, incluso una referida a la resolución de un problema de potencias.

Algunas de las ventajas que la investigadora encontró al utilizar esta estrategia fueron, entre otras, que los estudiantes aprendieron más, se sintieron más motivados, aumentaron su autoestima y aprendieron habilidades sociales más efectivas.

El artículo lo puede encontrar digitando el código GM8P029a en la página <http://codigos.auladigital.cl>

Lección 8: ¿Cómo multiplicar potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?

- » **Propósito:** Explicar y representar la multiplicación de potencias.
- » **Componentes:** páginas de la 52 a la 55 en el Texto y páginas 21 y 22 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas:

Recalque que las propiedades de las potencias son necesarias y útiles para facilitar algunos cálculos.

En el ejercicio 9 de la página 55 se solicita resolver ejercicios relacionados con la propiedad “potencia de una potencia”. Antes de hacerlo, es necesario explicar la propiedad. Para ello, utilice la información complementaria de esta página y ejemplifique con magnitudes numéricas y algebraicas.

Información complementaria

Para calcular la “potencia de una potencia” se mantiene la base y se multiplican los exponentes: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Por ejemplo: $(2^2)^3 = 2^6$

Ya que $(2^2)^3 = (2^2) \cdot (2^2) \cdot (2^2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$

Errores frecuentes

Los errores frecuentes respecto a este contenido se manifiestan en el reconocimiento de cuándo aplicar propiedades. Por ejemplo: $2^3 + 2^2 \neq 2^3 \cdot 2^2$

Para evitar dichos errores, reitere que estas y otras propiedades solo se dan en la multiplicación y la división de potencias. También se puede recurrir a contraejemplos como el anterior, desarrollándolo:

$$2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$$

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^5 = 32$$

$$12 \neq 32$$

Actividades

Nivel 1

1. Calcula el resultado final utilizando las propiedades de las potencias.

a. $2^3 \cdot 2^2 + 2^3 \cdot 3^1$

c. $5^3 \cdot 2^2 - 3^3 \cdot 3^1$

b. $(2^3 + 2^2) - 3^2$

d. $3^2 + 3^2 + 3^2$

Nivel 2

2. Simplifica las siguientes expresiones.

a. $(5^2)^5$

c. $((a^3 \cdot a^8)^2)^{10}$

b. $2^2 + 3^2 \cdot ((3^3)^{12})^0$

d. $(a^4)^6 \cdot (((a^3 \cdot a^5)^3)^2)^7$

Lección 9: ¿Cómo dividir potencias de igual base?, ¿y de igual exponente?

- » **Propósito:** Explicar y representar la división de potencias.
- » **Componentes:** páginas de la 56 a la 59 en el Texto y páginas 23 y 24 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

En la *Práctica guiada* (página 58) se solicita expresar por medio de una sola potencia. Este ejercicio de aplicación requiere muchas veces la utilización de la factorización prima del ejercicio. Por ello, antes de resolver las actividades de la práctica guiada, se sugiere reforzar este contenido por medio de la tabla de divisiones sucesivas o el árbol de factores.

El ejercicio 8 de la página 58 requiere comprender la asociación de términos para poder resolverlo (letra e) explique la estrategia y refuerce los contenidos que implica este problema por medio de los ejercicios Nivel 2 de esta guía.

Errores frecuentes

Algunos estudiantes insisten, tal como sucede con la multiplicación de potencias, en utilizar estas propiedades de la división de potencias en ejercicios de sustracción, escriba algunos contraejemplos para evitarlo.

Links de interés

Una presentación de diapositivas que explica el concepto de potencia y sus propiedades.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P029b

Material de ejercitación de potencias y sus propiedades.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P029c

Actividades**Nivel 1**

1. Expresa los siguientes cocientes como una sola potencia

- a. $1\ 331 : 11$ c. $343 : 49$
 b. $128 : 8$ d. $1\ 296 : 36$

Nivel 2

2. Simplifica las siguientes expresiones.

a. $\frac{z^6 \cdot y^4 \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot y^{10}}{y^4 \cdot x^2 \cdot y^{10} \cdot x^2}$ b. $\frac{p^2 \cdot q^3 \cdot (p^2)^3 \cdot q^3}{p^4 \cdot q^4 \cdot q^3 \cdot p^2}$

3. Resuelve la siguiente secuencia de divisiones.

a. $\frac{2^{10}}{2^1}$ c. $\frac{2^{10}}{2^5}$ e. $\frac{2^{10}}{2^9}$
 b. $\frac{2^{10}}{2^3}$ d. $\frac{2^{10}}{2^7}$

Lección 10: ¿Cuál es el valor de una potencia de exponente 0?

- » **Propósito:** Aplicar las propiedades de las operaciones con potencias.
- » **Componentes:** páginas de la 60 y 61 en el Texto y página 25 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Previo a que los y las estudiantes abran su libro, comience la lección planteando la pregunta: ¿cuál es el resultado de una potencia de exponente cero? Los y las estudiantes conjeturarán acerca del resultado correcto. No responda usted la interrogante, si no que solicite a cada uno de ellos que lea y analice la situación 1. Luego, comente con ellos la respuesta correcta a la pregunta inicial.

Cuando los y las estudiantes planteen las posibles respuestas cuide que el lenguaje utilizado sea el matemáticamente adecuado. Además, exija que justifiquen sus respuestas.

Se recomienda formalizar el contenido por medio de la demostración propuesta en la información complementaria que se muestra a continuación.

Como esta lección es la última de potencias, aproveche de repasar las propiedades de la multiplicación y división. Para ello, puede hacer un cuadro resumen con ellas.

Errores frecuentes

El error más frecuente para esta propiedad se discute en la sección **Argumenta y comunica**. Las y los estudiantes tienden a considerar que 0^0 también es igual a 1, esto debe ser comentado con sus estudiantes.

Información complementaria

Para demostrar que $m^0 = 1$, $m \neq 0$

$$m^0 = m^{x-x} = \frac{m^x}{m^x} = 1$$

Utilice esta misma demostración para mostrar que si fuera igual a 0, tendríamos $\frac{m^x}{m^x} = \frac{0}{0}$, lo cual no está definido, por lo tanto m debe ser distinto de 0 y 0^0 no está definido.

Actividades**Nivel 1**

1. Simplifica las siguientes expresiones.

a. $(a^3 : a^3)^2 + (a^2 \cdot a^2)^0$
 b. $\frac{x^3 \cdot x^9 \cdot y^8}{(y^2)^3 \cdot x^{11}}$
 c. $(a^4 : a^2)^6 : a^6 \cdot a^8 : a^5 : a^2 : a^2$

Nivel 2

2. Explica por qué a^0 con a distinto de 0 es 1.

Lección 11: ¿Cómo se calcula una raíz cuadrada?

- » **Propósito:** Comprender el concepto de raíz cuadrada
- » **Componentes:** páginas de la 62 a la 65 en el Texto, página 26 en el Cuaderno de ejercicios, segunda actividad de RDC.

**Orientaciones didácticas**

La memorización de los cuadrados perfectos es de mucha utilidad a lo largo del tratamiento de las raíces y luego en las aplicaciones del teorema de Pitágoras. Solicite que las y los estudiantes traten de calcular los cuadrados perfectos hasta el 400 (20^2), antes de utilizar la calculadora.

Antes de seguir con la lección, formule la última pregunta del recuadro **Argumenta y comunica** al curso en general y discuta con los y las estudiantes, dejando la interrogante sin respuesta por su parte.

Dé paso así al contenido de estimación de raíces, aclare el concepto de intervalo y formalice el algoritmo.

Actividades

Nivel 1

1. La casa de Manuel tiene tres habitaciones cuadradas en las cuales debe instalar junquillo en los cielos. ¿Cuántos metros lineales de junquillo debe comprar si las áreas de los cielos de cada una son 9 m^2 , 16 m^2 y 25 m^2 ?

Nivel 2

2. Paola realiza una investigación para su tesis. Lamentablemente, pierde el dato de la estatura de los niños a los cuales les calculó previamente el IMC. Ayúdala a completar la tabla calculando la estatura con la fórmula

$$x = \sqrt{\frac{p}{t}}. \text{ Utiliza la calculadora si es necesario.}$$

Nombre	Estatura (x)	Masa corporal (p)	IMC (t)
Ana María		55 kg	24,44
Pablo		90 kg	27,78
Sandra		60 kg	22,04
Sara		62 kg	22,23
Javier		83 kg	23,74

Lección 12: ¿Cómo ubicar raíces cuadradas en la recta numérica?

- » **Propósito:** Estimar y representar raíces cuadradas.
- » **Componentes:** páginas 66 y 67 en el Texto y página 27 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

Realice las actividades de repaso para que los y las estudiantes no tengan problemas de cálculos y se concentren en la tarea de ubicar en la recta numérica las aproximaciones de las raíces.

Se recomienda otorgar tiempo al ejercicio 6 de la página 67, las regularidades que se pueden encontrar son interesantes y es una buena excusa para que las y los estudiantes planteen conjeturas.

Si tiene posibilidad de utilizar GeoGebra en su sala de clase puede ubicar raíces siguiendo los siguientes pasos.

Paso 1: Selecciona  y vista algebraica en el menú vista.

Paso 2: Selecciona redondeo en el menú posiciones para cambiar la cantidad de lugares decimales a 1 cifra decimal.

Paso 3: En el botón  selecciona Circunferencia (centro, punto). Luego haz clic en el punto (0,0) y luego en

el punto (1,1). Se formará un círculo de centro (0,0) y de radio $\sqrt{2}$.

Paso 4: Con el botón , marca el punto de intersección entre la circunferencia dibujada y el eje X. La intersección corresponde a $\sqrt{2}$.

Ampliación y profundización disciplinaria

El número áureo. Dos números x e y están en proporción áurea si se cumple:

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y}, \text{ resolviendo la ecuación cuadrática que resulta}$$

al reemplazar $y = 1$, se obtiene el número áureo:

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618$$

Actividades

Nivel 1

1. Compara los siguientes pares de números con los signos $<$, $>$ o $=$.

- a. $4 __ \sqrt{16}$
- b. $\sqrt{5} __ 2$
- c. $2,8 __ \sqrt{7}$
- d. $\sqrt{3^2} __ \sqrt{2^4}$

2. Ordena, de menor a mayor, los siguientes números.

- $\sqrt{144}$ $\sqrt{2}$ -3 $\sqrt{121}$ $\sqrt{4}$

Nivel 2

3. Representa los siguientes números en la recta numérica. $\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{20}$, $\sqrt{10}$

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos y habilidades de la sección.
- » **Componentes:** páginas 68 y 69 en el Texto, páginas 28 y 29 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Antes de comenzar con las actividades pida a sus estudiantes que completen la siguiente tabla.

Propiedades de las potencias	
a^n	
a^0 ($a \neq 0$)	
$(a^n)^m$	
$a^n \cdot a^m$	
$a^n : a^m$	
$a^n \cdot b^n$	
$a^n : b^n$	

En los *Desafíos de integración* que se presentan, hay aplicaciones a la vida diaria, como las tarjetas de clave de

los bancos, o a otras ciencias, como la física, que pueden resultar motivadoras para los y las estudiantes. Esto los preparará también para la sección de **Estrategias de resolución de problemas** que viene a continuación.

Actividad evaluativa del proceso

Aproveche de crear una situación evaluativa del proceso, para ello puede poner en la pizarra la siguiente tabla.

Lección	Logrado
7	7 o más puntos
8	7 o más puntos
9	9 o más puntos
10	4 o más puntos
11	11 o más puntos
12	5 o más puntos

Recuerde que en la página 28 del Cuaderno de ejercicios, hay actividades de reforzamiento, lección por lección para las y los estudiantes que no hayan alcanzado el nivel de logro, puedan realizarlos.

Resolución de problemas

- » **Propósito:** Enfrentar a las y los estudiantes a una variedad de estrategias de resolución de problemas.
- » **Componentes:** página 70 en el Texto y páginas 30 y 31 en el Cuaderno de ejercicios

Orientaciones didácticas

En el problema presentado, los y las estudiantes pueden tener dificultades contando los posibles rectángulos, por lo tanto la primera etapa del problema es considerar un método de conteo sistemático hasta que logren contar los 36 rectángulos que se pueden dibujar en la etapa 3. Pueden utilizar lápices de colores para contar los diferentes tipos de rectángulos.

Pensando que la próxima unidad es Álgebra, puede pedir que al finalizar la actividad escriban una expresión algebraica para la etapa número n.

Recuerde que la lógica detrás de la elección de los problemas en el Cuaderno de ejercicios es, primero, ejercitar la misma estrategia a través de patrones numéricos y geométricos.

En segundo lugar, y muy importante, es que las y los estudiantes discriminen cuál estrategia utilizar, esto es importante porque el objetivo final es que ellos, ante cualquier problema, sean capaces de elegir la mejor estrategia. Permita que ellos conversen sobre las estrategias que cada uno utilizó para resolver los problemas de esa segunda sección y cual consideran la más adecuada.

Una manera de asegurarse que entendieron la estrategia propuesta es ver si son capaces de plantear una pregunta que implique su uso, para constatar esto está la sección 3.

El aprender a aprender debe ser una actividad permanente en los y las estudiantes, para eso está la sección 4, en que ellos deben reflexionar sobre las actividades realizadas.

Puede proponerles a las y los estudiantes que por cada estrategia vista se realice una cartulina para poner en la sala, permita que ellos la diseñen.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes realizados.
- » **Componentes:** página 71 del Texto

Orientaciones didácticas

Recuerde que las preguntas presentadas en esta sección deben ser respondidas en conjunto con las que respondieron al comenzar la sección 2, en la página 43.

Ampliación y profundización didáctica

En la metacognición, uno de los procesos es aprender a aprender, es decir, que los y las estudiantes sean conscientes de sus procesos y tomen el control de ellos.

La autora del artículo que se presenta a continuación, Elena Martín, de la Universidad Autónoma de Madrid, plantea que también se debe cuidar de una dimensión emocional, puesto que si un o una estudiante carece de autoestima, no podrá utilizar el control de sus aprendizajes.

El artículo también plantea algunas estrategias que los docentes podemos usar para enseñar a aprender a aprender en nuestra sala de clases.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P032a

El siguiente artículo que se recomienda leer sobre el tema de aprender a aprender fue preparado por Educar Chile, para su división de materiales Técnico profesional. Por lo tanto, presenta el tema desde el punto de vista del mundo laboral, pero no muy lejano a nuestras salas de clases.

Como un ejemplo de lo anterior, los autores plantean las competencias que se deben poseer para poder llegar a aprender a aprender:

- Interesarse y motivarse por aprender.
- Observar el proceso del propio aprendizaje.
- Aplicar nuevos aprendizajes al contexto.

Los dos primeros puntos son los objetivos específicos de esta sección de **Vuelvo a mis procesos** planteados en el Texto del estudiante.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P032b

» Propósito

Resolver problemas que exijan:

- Comprender el concepto de variación porcentual y su cálculo.
- Aplicar las variaciones porcentuales.

¿De qué se trata?

Los porcentajes en sí se presentan como un contenido cercano y de uso habitual para los estudiantes. Dichos conceptos y contextualizaciones se conocen en niveles anteriores calculando porcentajes simples y cantidades relacionadas con ellos, insertos en la resolución de problemas cotidianos.

La presente lección se enfoca especialmente en las variaciones porcentuales, las cuales se utilizan principalmente en la economía. La variación de precios, los índices económicos, estudios de mercado, el IVA (impuesto al valor agregado), la tasa de interés que es aplicada en créditos, ahorros e inversiones, promociones comerciales, bonificaciones, etc., son contextualizaciones claves en el desarrollo de esta sección.

Es importante que los estudiantes puedan vislumbrar, desde el principio de esta sección, que muchas situaciones en matemática se desprenden de la realidad y han surgido como soluciones a problemas cotidianos concretos.

La presente sección y sus dos lecciones permitirán relacionar el aprendizaje de la matemática con experiencias de la vida de los estudiantes y sus familias. Por ello nos será de gran utilidad conocer y manejar el uso de algunos de los índices económicos más utilizados, y también relacionarnos con la publicidad actual de promociones y ofertas que impliquen el cálculo de variaciones porcentuales.

Pienso mis procesos

El objetivo de esta sección es comprometer a las y los estudiantes con su aprendizaje, presentándoles instancias tanto de motivación hacia los nuevos aprendizajes, como de los logros esperables y las posibles dificultades.

Es importante que los y las estudiantes respondan en el texto las preguntas planteadas puesto que esta sección está anclada con la de *Vuelvo a mis procesos*. Al final de la sección, ellos podrán comparar sus respuestas y constatar sus logros y dificultades.

¿Qué debo saber?

Es importante reforzar el cálculo de porcentajes y las magnitudes relacionadas antes de comenzar las lecciones 13 y 14, ligándolas además con el cálculo de proporciones directas o como factor multiplicativo.

Si considera necesario también puede presentar las siguientes actividades para trabajar antes de desarrollar las lecciones.

Actividades

1. Escribe dos formas de hallar el 25 % de 80.
2. Si se calcula es 10 % de 80 y luego el 20 % al resultado anterior. ¿Qué porcentaje se calculó en total?
3. El porcentaje de oro puro en el oro de 14 quilates es aproximadamente el 58 %. Si un anillo pesa 6,4 gramos, ¿cuántos gramos de oro puro contiene?
4. Mauricio escribió $0,24 \cdot 250$. ¿Qué porcentaje de 250 podría estar calculando?
5. Un recién nacido tiene una masa de 2,5 kg. La pediatra le dice a la madre que en la siguiente semana el recién nacido debería subir un 10 % de su masa. ¿Cuánto debe aumentar la masa del recién nacido?
6. María José leyó que el 10 % de las personas son zurdos. Si en su colegio hay 980 estudiantes, ¿cuántos estudiantes zurdos se esperaría que hubiera en su colegio?
7. Pedro ganó 40 % de los 20 lanzamientos de dardos, mientras que María ganó 60 % de los 15 lanzamientos que ella realizó. ¿Quién ganó más lanzamientos?

Lección 13: ¿Cómo calcular una variación porcentual?

- » **Propósito:** Comprender el concepto de variación porcentual y calcular variaciones porcentuales.
- » **Componentes:** páginas de la 76 a la 79 en el Texto y páginas 32 y 33 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Una de las dificultades mayores que presentan las variaciones porcentuales para las y los estudiantes es determinar cuál cantidad es el 100%. Por ello, se comienza con la situación 1, utilizando la recta numérica de manera que puedan visualizar el problema.

El ejercicio 4 de la *Práctica guiada*, página 78, aborda la dificultad descrita, por lo que es muy importante que monitoree los resultados que entregan los y las estudiantes.

En la sección *Aplica*, de la página 79, se recomienda el uso de la calculadora, de manera que las y los estudiantes se concentren más en la estrategia de resolución que en los cálculos, los cuales pueden ser bastante largos.

Si los y las estudiantes calculan porcentajes utilizando el factor multiplicativo, puede plantearle las variaciones porcentuales con los siguientes ejemplos.

- Ejemplo 1. La planta medía 60 cm y ahora mide un 15% más, ¿cuánto mide ahora?
60 más el 15% de 60:
 $60(1 + 0,15) = 60 \cdot 1,15$
Ahora la planta mide 69 cm.
- Ejemplo 2. Había 400 cc de bebida, pero Luis se tomó un 20%. ¿Cuánta bebida hay ahora?
400 menos el 20% de 400:
 $400(1 - 0,2) = 400 \cdot 0,8$
Ahora hay 320 cc de bebida.

Errores frecuentes

En la situación 3, se presenta un precio de aumento, es fácil para las y los estudiantes determinar la cantidad de la variación, pero el error ocurre en el momento de calcular el porcentaje, puesto que no están seguros si se debe hacer sobre el precio inicial o el final.

Una manera de evitar el error es pedirles que escriban la relación: a \$ 1600 yo le apliqué un porcentaje x y me dio \$ 1800, o directamente preguntarles ¿a qué cantidad le apliqué el porcentaje de aumento o disminución?

Actividades

Nivel 1

1. Calcula mentalmente los porcentajes y escríbelos en una tabla como esta en tu cuaderno.

El 1% de 150	El 10% de 45	El 20% de 160	El 25% de 160	El 50% de 210	El 75% de 84
El 1% de 12	El 10% de 7,9	El 20% de 48	El 25% de 80	El 50% de 75	El 75% de 0,16
El 1% de 24,5	El 10% de 0,04	El 20% de 3,5	El 25% de 2,4	El 50% de 0,34	El 75% de 0,05

Nivel 2

2. De 450 estudiantes de un colegio de Santiago, el 20% vive en San Miguel y el 50% del resto, en Pedro Aguirre Cerda. Si los demás viven en San Joaquín,
 - a. ¿Cuántos estudiantes viven en San Joaquín?
 - b. El próximo año se espera que la matrícula del colegio aumente en un 30%, ¿cuántos estudiantes tendrá el colegio?
3. En una tienda de computación y electrónica se producen los siguientes eventos.
 - a. El dueño de la tienda compra computadores a \$456 000. ¿A qué precio tiene que venderlos para ganar el 15% del costo?
 - b. Una persona pagó \$1 672 por una caja de DVD después de recibir un descuento del 12%. ¿Cuál era el precio original de la caja de DVD?

Lección 14: ¿Cómo hacer cálculos usando variaciones porcentuales?

- » **Propósito:** Resolver problemas cotidianos que involucren variaciones porcentuales.
- » **Componentes:** páginas de la 80 a la 83 en el Texto y páginas 34 y 35 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

El ejercicio 5, de la página 83, utiliza gráficos circulares. Esto es una buena ocasión para conversar con las y los estudiantes sobre el referente del 100% y además relacionar las regiones con los ángulos correspondientes.

Se pueden agregar preguntas como, ¿qué porcentaje del grupo jugaba tenis en 2013 y cuántos grados es ese porcentaje de los 360 grados del círculo.

Links de interés

Recurso en línea para calcular porcentajes.
<https://codigos.auladigital.cl>, código GM8P035a

Actividades**Nivel 1**

1. Doña Julia tiene un puesto de verduras. Ella vende los productos de la tabla y debe calcular el valor total de la venta agregando el IVA. Completa la tabla.

Producto	Valor neto	Valor + IVA
10 kg de cebollas	5 000	
20 kg de papas	8 000	
4 zapallos	15 000	
Total		

Nivel 2

2. En Chile, el sueldo mínimo se ha incrementado a lo largo de los años como se muestra en la siguiente tabla.

Año	Sueldo mínimo
2009	\$ 165 000
2010	\$ 172 000
2011	\$ 182 000
2012	\$ 193 000
2013	\$ 210 000
2014	\$ 225 000

Calcula el porcentaje aproximado de incremento año a año.

Mural: Energías renovables no convencionales en Chile

- » **Propósito:** Trabajar en equipo. Conectar los contenidos con situaciones reales.
- » **Componentes:** páginas 84 y 85 del Texto.

Orientaciones didácticas

Una dificultad que se nos presenta cuando queremos evaluar el trabajo de grupo, es no contar con las herramientas necesarias para hacerlo. La tabla que se muestra a continuación muestra ocho indicadores que pueden ser útil para llevar a cabo la tarea.

A cada indicador le puede asociar una variable dicotómica “presente” y “no presente” o una escala de 0 a 2, y llevar un registro semestral de sus estudiantes.

Muestra interés en el trabajo.	
Debata con argumentos sus puntos de vista.	
Colabora en el trabajo en equipo.	
Trabaja con agrado en equipo.	
Facilita la organización del equipo.	
Aporta ideas para la comprensión del tema.	
Escucha con atención a sus compañeros.	
Expresa sus dudas al equipo.	

Habilidades y/o actitudes: Trabajar en equipo, responsable y respetuosamente de las opiniones de otros.

Links de interés

Informe del Ministerio de Energía sobre energías renovables en Chile

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P035b

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos de la sección.
- » **Componentes:** páginas 86 y 87 en el Texto y páginas 36 y 37 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En el ejercicio 1 de la página 86 se pide que los y las estudiantes escriban en un recuadro si se trata de aumento o disminución, lo cual generalmente no implica una dificultad, pero tiene la ventaja de mostrarles que, por ejemplo, si es una disminución entonces el valor más bajo representa el 100% y sobre él se debe calcular la variación.

Una buena estrategia para resolver los problemas como el número 3 de la misma página es la estrategia que se muestra en la siguiente sección, con diagramas de barras.

Ampliación y profundización didáctica

Una manera de trabajar estas páginas es a través de la organización de trabajo de grupos. Algunas veces los docentes somos reticentes a este tipo de trabajo porque es difícil controlar que todos los miembros de un grupo estén efectivamente trabajando.

En ese caso es conveniente fijar algún tipo de evaluación para tener la información necesaria con el objetivo de optimizar la organización de dichos grupos.

En el enlace que se presenta a continuación se pueden encontrar algunas pautas de evaluación y de autoevaluación para el trabajo de grupo.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P035c

Resolución de problemas

- » **Propósito:** Resolver problemas con la estrategia de diagramas de barra.
- » **Componentes:** página 88 en el Texto y páginas 38 y 39 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Los diagramas de barras son una herramienta muy simple que, básicamente, se utilizan para mostrar relaciones entre cantidades. Probablemente sus estudiantes la utilizaron en los primeros niveles de Educación Básica con problemas elementales. Pero también es una herramienta que resulta muy útil, como se verá en la unidad de Álgebra, para visualizar ecuaciones.

En este caso, el diagrama ayudará a visualizar las cantidades que corresponden al 100 % y a la variación porcentual.

En el Cuaderno de ejercicios se incluyeron los diagramas en los primeros problemas. Pida a sus estudiantes que dibujen en ellos, claramente, las regiones correspondientes a los datos del problema.

Las estrategias de resolución de problemas permiten trabajar con las y los estudiantes diversos tipos de pensamiento y así fomentar su capacidad de análisis, creatividad, rigurosidad y flexibilidad para adaptarse a nuevos métodos y validar formas distintas de realizar tareas. Es muy importante que estimule a los y las estudiantes para que participen activamente en la resolución de los problemas y en las actividades que refuerzan su aprendizaje.

Ampliación y profundización didáctica

En la sección 3 de la *Resolución de problemas* en el Cuaderno de ejercicios, se le pide a los y las estudiantes que trabajen en la creación de problemas dado un contexto.

Esta actividad tiene dos objetivos. Por una parte, comprobar la comprensión de la estrategia de resolución presentada. Por otra, numerosos estudios nos muestran que la creación de problemas matemáticos en sí, tiene gran potencialidad en el aprendizaje de la matemática.

Al crear un problema, necesariamente el o la estudiante tendrá que pensar matemáticamente. Se los acerca así al espíritu de una investigación matemática. También la creación de problemas es una forma encubierta de resolución de problemas. Finalmente, es una forma de acercarnos, dependiendo de las preguntas que planteen, a los intereses de nuestros estudiantes.

Uno de los objetivos actitudinales en matemáticas es que los y las estudiantes desarrollen pensamiento crítico, para lo cual es un buen ejercicio crear el hábito de plantear preguntas dada una situación con información que les interese.

Usted podría decidir ampliar esa sección del Cuaderno de ejercicios y pedirles a las y los estudiantes que inventen más problemas que los dos requeridos.

Para averiguar más sobre las ventajas didácticas de la creación de problemas de matemáticas, puede leer el siguiente artículo.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P036

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de esta sección.
- » **Componentes:** página 89 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Esta es la última de estas secciones en esta unidad, por lo que se recomienda ampliar las preguntas de manera que abarquen la unidad completa.

Haga hincapié especialmente en los compromisos adquiridos y aquellas secciones que los y las estudiantes piensan les serán útiles más adelante.

Como han llevado un registro de todas las respuestas escritas, puede pedir que las clasifiquen, por ejemplo todas las dificultades que tuvieron durante la unidad y que, conversando con sus compañeros y compañeras traten de determinar un plan de trabajo para evitarlas en el desarrollo de la segunda unidad.

También puede aprovechar esta instancia para realizar una evaluación del trabajo en grupos, determinando con sus estudiantes cuáles son los factores que implican un funcionamiento correcto de los grupos, sus ventajas y desventajas.

Sintetizo mis aprendizajes

La primera actividad de esta sección es un mapa conceptual, cuyo objetivo principal es que las y los estudiantes tengan claro los temas vistos y las relaciones entre ellos.

El mapa propuesto en el Texto es solo una sugerencia. Pregunte a sus estudiantes si les sirve, si consideran que está completo o tienen otro que pueden compartir con sus compañeros y compañeras.

Antes de continuar con la siguiente actividad, pida a sus estudiantes que hagan una lista de "Datos para estudiar", a continuación se muestran algunos para comenzar.

- Al multiplicar o dividir fracciones o decimales negativos se deben considerar los signos de los números, para lo cual debes usar la regla de multiplicación de números enteros.
- Si en las operaciones combinadas aparecen números decimales y fracciones, no olvides transformarlos todos a fracción o todas a decimal antes de operar con ellos.
- Si tienes sumas o restas de potencias de igual base solo puedes calcular las potencias por separado y luego sumar o restar los resultados.

Cuando la lista esté completa pida a sus estudiantes que respondan las preguntas de la sección *¿Cómo se hace?*, además de responderlas pídale que escriban preguntas, al menos dos o tres más por sección y que comprueben si ellas se pueden responder con los datos para estudiar que escribieron antes.

Refuerzo mis aprendizajes

En estas páginas se presentan actividades y ejercicios agrupados por contenido y también en la forma de ejercicios y problemas. Las actividades presentadas en estas páginas pueden ser utilizadas, para reforzar los contenidos antes de las actividades de cierre de la unidad y también para detectar problemas de puedan tener alguno de su estudiantes.

Permita que realicen estas actividades en forma individual para después corregirlas en parejas. De esa manera, los mismos estudiantes aclararán sus dudas y las de sus compañeros y compañeras.

Puede completar esta actividad con la tercera actividad del RDC.



¿Qué aprendí?

Las actividades están conformadas por ejercicios y problemas que abarcan todos los aprendizajes trabajados en las tres secciones de esta unidad. En el Cuaderno de ejercicios, páginas 40 y 41, también encontrará una actividad del mismo tipo por si estima adecuado utilizarla como repaso o como reforzamiento.

Estas actividades están pensadas para que cada estudiante las responda en forma individual y luego en la página 95 pueda completar la tabla de autoevaluación. Note que cada pregunta tiene su respectivo puntaje, que se traducirá en un total asociado a la tabla de la misma página, también se relacionó cada indicador con las páginas respectivas del Cuaderno de ejercicios, de manera que las y los estudiantes puedan reforzar los contenidos necesarios.

Algunas de las preguntas tiene puntajes igual a un punto por lo tanto pueden ser corregidos por los mismos estudiantes. El resto tiene diferentes puntajes que deben ser asignados con respecto a las listas de cotejo que se entregan en el anexo 1 de esta guía.

Historia de los números racionales

La matemática surge por las necesidades sociales y económicas de cada comunidad de las antiguas civilizaciones que poblaron la Tierra; fueron ellas las que impulsaron el desarrollo del pensamiento lógico matemático y sus aplicaciones. La noción de número es tan primitiva como la propia humanidad. Los hombres y mujeres primitivos utilizaban los dedos, muescas en huesos y otros elementos para expresar cantidades de animales, astros, grupos de personas etc., desarrollando así los números naturales.

En casi todos los pueblos surgió un sistema de numeración que permitió contar objetos. Pero el desarrollo del concepto de número fue muy lento y transcurrieron muchos siglos desde que los números se utilizaron para contar hasta que se pudieron escribir.

Los babilonios (2100 a. C.) poseían una organización administrativa contable muy compleja, lo que motivó un desarrollo importante en los sistemas numéricos. Tenían un sistema de numeración de base 60 en el que destacaba el valor posicional de las cifras, como en la actualidad.

Posteriormente, civilizaciones como la egipcia (2000 a. C.) empezaron a utilizar expresiones que representaban las fracciones, con lo que aparecieron los números fraccionarios, generalmente con el 1 como numerador. Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, lo que persistió hasta la época medieval. En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso entre otras cosas, por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal para separar el numerador y el denominador en las fracciones.

A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy.

A finales del siglo XVI, Simon Stevin desarrolló y divulgó las fracciones decimales expresadas por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc.; pero los escribía de una forma muy complicada, así para 456,765 escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3).

En el siglo XVII, los números decimales ya

aparecieron tal y como los escribimos hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

Al estudiar la multiplicación de números enteros, se observa que la operación inversa, la división, no es siempre posible. Por ejemplo, $4 : 5$ carece de sentido en los enteros. Surge, por tanto, la necesidad de extender el sistema a uno nuevo, en el que tengan sentido tales operaciones. El número racional permite resolver ecuaciones del tipo $ax = b$, cuando a y b son números enteros (con a distinto de cero). El conjunto de los números racionales se denota por \mathbb{Q} , que significa "cociente" (*quotient* en varios idiomas europeos).

Este conjunto de números incluye a los números enteros y es un subconjunto de los números reales. Los números racionales cumplen la propiedad arquimediana o de densidad, esto es: para cualquier pareja de números racionales existe otro número racional situado entre ellos. Esta propiedad no estaba presente en los números enteros, por lo que los números racionales son densos en la recta de los números reales.

La definición formal del conjunto de números racionales se puede presentar de la siguiente manera:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0 \right\}$$

Aprendizajes significativos

El gran desafío que se nos presenta cada día, como docentes, es facilitar a nuestros estudiantes el aprendizaje de la matemática y, aún más, que ese aprendizaje les resulte significativo.

En las Bases Curriculares del Ministerio de Educación, respecto al aprendizaje de las matemáticas, se afirma que involucra desarrollar capacidades cognitivas clave, como visualizar, representar, modelar y resolver problemas, simular y conjeturar, reconocer estructuras y procesos. Asimismo, amplía el pensamiento intuitivo y forma el deductivo y lógico. Esto nos reafirma la importancia de que nuestros estudiantes logren los objetivos de aprendizaje estipulados para su nivel.

Sin embargo, muchas veces nos enfrentamos a la dificultad de motivar a nuestros estudiantes y transmitirles los beneficios que estos aprendizajes puedan implicar en su desarrollo.

El psicólogo David Ausubel estudió las condiciones necesarias para lograr un aprendizaje significativo, entendiendo este como la incorporación de la nueva información a la estructura cognitiva que ya posee el individuo con el objetivo de crear una asimilación entre el conocimiento que él o la estudiante posee en su estructura y esta nueva información.

- Ausubel distingue tres tipos básicos de aprendizaje significativo: de representaciones, este es el aprendizaje más elemental y consiste en la atribución de significados a determinados símbolos. El segundo tipo es el de conceptos, en la formación de estos, que se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis.

Finalmente, el aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una, las cuales constituyen un referente unitario. Luego éstas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las

palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva.

Para más información sobre el trabajo de David Ausubel, se puede consultar los siguientes links: <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P039a; <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P039b

También los capítulos 2.5 y 2.6 (páginas 142 a 150) de la siguiente publicación. <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P039c

Nuevamente refiriéndonos a las Bases Curriculares, estas plantean que “comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno”, indicándonos que a través de la resolución de problemas, por una parte, los estudiantes tienen la posibilidad de manipular ideas matemáticas, y por otra, darle el significado que explica Ausubel.

En el proceso de resolución de problemas, además de crear el hábito de las cuatro etapas planteadas por Polya, debemos plantearnos también las estrategias adecuadas a las herramientas matemáticas que nuestros estudiantes pueden manejar a esta edad. Por último, se requiere trabajar a nivel del metacognición que les permitirá determinar las condiciones adecuadas para decidir utilizar una estrategia determinada.

Para tener un resumen de algunas de las consideraciones que se deben tener al adoptar el método de resolución de problemas, se puede leer el archivo <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P039d

Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

Buscando regularidades en las potencias

Buscar "regularidades" consiste en tratar de averiguar, dados los primeros elementos de una secuencia, cuál es la regla de formación y así poder dar los siguientes elementos de la secuencia. El objetivo de este taller es que, con la ayuda de tu equipo, encuentres regularidades en los dígitos de las potencias de dos.

1. Completen la siguiente tabla.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
2^n								

2. Analicen los resultados obtenidos, observando el último dígito del resultado de cada potencia. ¿Observan alguna regularidad? Si es así, escriban sus conclusiones.

Las potencias de 2 _____

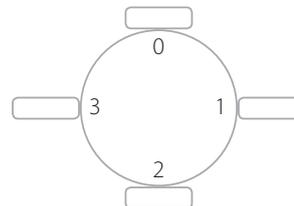
3. Marina dice que calculó una potencia de 2 y que termina en 5. ¿Es posible?, ¿por qué?

4. Como los resultados posibles del último dígito de la potencia son cuatro (2 - 4 - 8 - 6), cada exponente se dividirá por 4 y se anotará el resto obtenido. Observa el ejemplo, $1 : 4 = 0 R1$, donde R1 es el resto igual a 1. Otro ejemplo, $6 : 4 = 1 R2$. Completa la tabla.

Exponente y resto	1	2	3	4	5	6	7	8
	0 R1					1 R2		
Último dígito de la potencia	2					4		

5. Cuando el resto del exponente es 2, ¿cuál es el último dígito de la potencia?, ¿Y si es 3?

6. Los posibles restos obtenidos en la tabla fueron, 0, 1, 2 y 3. A cada uno de ellos les corresponde un valor del último dígito de la potencia. Completen con esa información los rectángulos del diagrama.



7. Sin calcular, ¿cuál es el último dígito en el resultado de 2^{58} ? _____ ¿Y de 2^{125} ? _____

8. Imagínense que un compañero o compañera faltó hoy al colegio y él o ella debe determinar el último dígito de 2^{423} , ¿cómo deberían hacerlo?

Nombre

Curso

Fecha

I. Marca la alternativa correcta.1. ¿Cuál es el resultado de $(-12) : 4 - 7 : (-1)$?

- A. -4
- B. 0
- C. 4
- D. 10

2. Si n es un número entero positivo, ¿cuál de las siguientes alternativas representa un valor mayor que n ?

- A. $n : n$
- B. $2 \cdot n$
- C. $n \cdot (-n)$
- D. $n \cdot (-1)$

3. ¿Cuál es el resultado de $(12 \cdot (15 - 19) : 8)$?

- A. 20
- B. 6
- C. -6
- D. -20

4. ¿Qué número debe estar representado en el rectángulo de la siguiente recta numérica?



- A. -2,5
- B. -2,9
- C. -3,5
- D. -3,9

5. ¿Cuál es el resultado de $-\frac{5}{4} : 0,32$?

- A. -4
- B. -3,9
- C. -168,75
- D. -3,90625

6. ¿Cuál es el resultado de $-\frac{2}{5} - \frac{12}{27} : \frac{4}{9}$?

- A. -1,4
- B. -0,6
- C. 0,6
- D. 1,4

7. ¿Qué número dividido por -4 da 7?

- A. -28
- B. -3
- C. 3
- D. 28

8. ¿Cuál es el resultado de $6^4 : 3^4 \cdot (5^7 : 5^3)$?

- A. 2^4
- B. 5^4
- C. 10^4
- D. 20^4

9. ¿Cuál es el resultado de $2^3 + 2^3$?

- A. 2^4
- B. 2^6
- C. 4^3
- D. 4^6

10. Para que la igualdad $X^5 : 8^5 = 1$ sea verdadera, ¿cuál debe ser el valor de X ?

- A. 5
- B. 8
- C. 13
- D. 16

11. ¿Cuál de las siguientes alternativas es correcta?

- A. $36^2 : 4^2 = 9$
- B. $(28^2 : 22^5)^0 = 1$
- C. $5^6 : 5^2 \cdot 5^3 = 5^{11}$
- D. $(12^3 \cdot 3^3) \cdot 4^3 = 4^3$

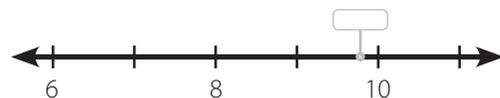
12. ¿Cuál es la aproximación más cercana a un número natural de $\sqrt{75}$?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

13. ¿Cuál de los siguientes pares de raíces cuadradas tienen entre tres y cinco unidades de diferencia?

- A. $\sqrt{24}$ y $\sqrt{28}$
- B. $\sqrt{36}$ y $\sqrt{49}$
- C. $\sqrt{49}$ y $\sqrt{92}$
- D. $\sqrt{64}$ y $\sqrt{148}$

14. ¿Qué número está representado por el rectángulo en la siguiente recta numérica?



- A. $\sqrt{58}$
- B. $\sqrt{65}$
- C. $\sqrt{76}$
- D. $\sqrt{94}$

II. Resuelve los siguientes ejercicios y problemas.

1. Completa los espacios en blanco, de manera de que la igualdad sea correcta.

- $\underline{\hspace{2cm}} \cdot (-6) \cdot 2 = 24$
- $(-12) \cdot \underline{\hspace{2cm}} \cdot (-4) = -48$
- $2 \cdot (-24 : \underline{\hspace{2cm}}) = 16$

2. Encuentra los resultados de los siguientes enunciados.

- El doble de la suma entre 2 y -5 .
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- La suma entre el doble de 4 y el cuádruple de -5 .
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- El producto de dos números consecutivos, de los cuales -4 es el menor de ellos.
R: $\underline{\hspace{4cm}}$
- La tercera parte del triple de la suma de -2 y -1 .
R: $\underline{\hspace{4cm}}$

3. Pedro entregó el siguiente ejercicio, corrígelo marcando con un \checkmark si está correcto. Si no, escribe la respuesta correcta.

- $53 \cdot 23 = 106$
 $\underline{\hspace{4cm}}$
- $68 : 38 = 20$
 $\underline{\hspace{4cm}}$
- $16 \cdot 8 \cdot 4 = 29$
 $\underline{\hspace{4cm}}$
- $12 : 75 = 77$
 $\underline{\hspace{4cm}}$

4. Explica qué se debe hacer para encontrar el resultado de la multiplicación de dos potencias que tienen las siguientes condiciones.

- Sus bases son diferentes pero sus exponentes son iguales.
 $\underline{\hspace{4cm}}$
- Sus bases y sus exponentes son diferentes.
 $\underline{\hspace{4cm}}$

5. Se sabe que 729 es el valor de una potencia de base 9.

- ¿Cuál es el exponente? $\underline{\hspace{2cm}}$
- Usando una potencia, ¿cuál es otra forma de escribir 729? $\underline{\hspace{2cm}}$

6. Considera las siguientes afirmaciones y marca si son verdaderas o falsas.

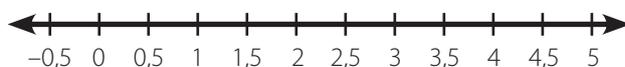
- $\underline{\hspace{2cm}}$ Si una fracción es negativa significa que el numerador y el denominador son negativos.
- $\underline{\hspace{2cm}}$ En una fracción, el numerador no puede ser igual a 0.
- $\underline{\hspace{2cm}}$ El producto de dos decimales negativos es positivo.
- $\underline{\hspace{2cm}}$ El signo del producto de una fracción por un decimal depende del signo del decimal.

7. Resuelve los siguientes ejercicios. Entrega tus resultados en su expresión decimal.

- $\frac{2,2 \cdot 5,8}{-2} = \underline{\hspace{4cm}}$
- $\left(\frac{-3}{5}\right) : (-0,4) = \underline{\hspace{4cm}}$
- $\left(\frac{4}{5} - 1\right) : \left(\frac{4}{5} + 1\right) = \underline{\hspace{4cm}}$
- $\frac{-1}{2} : \frac{1}{5} - 0,2 \cdot (-1,3) = \underline{\hspace{4cm}}$

8. Ubica en la recta numérica las siguientes raíces.

- $\sqrt{7}$
- $\sqrt{18}$



9. ¿Cómo calculaste la $\sqrt{7}$ en el ejercicio anterior?

$\underline{\hspace{4cm}}$
 $\underline{\hspace{4cm}}$

10. Si $a = 5\sqrt{121} + 3\sqrt{64} + 4\sqrt{25} + 5\sqrt{81}$, ¿cuál es el valor de \sqrt{a} ?

$\underline{\hspace{4cm}}$
 $\underline{\hspace{4cm}}$

11. ¿Cuál es el factor que debe aplicarse para una disminución de 18%? Justifica tu respuesta.

$\underline{\hspace{4cm}}$
 $\underline{\hspace{4cm}}$

III. Resuelve los siguientes problemas, mostrando el desarrollo.

1. Un trozo de hielo se saca del congelador a $-24\text{ }^{\circ}\text{C}$ y se coloca en un vaso. Su temperatura comienza a subir a razón de $2\text{ }^{\circ}\text{C}$ cada 5 minutos. ¿Después de cuánto tiempo el hielo se ha derretido completamente?

R: _____

2. Martina trabaja 24 días al mes y gana \$ 12 500 al día, pero gasta diariamente \$ 1280 en locomoción y \$ 600 en colación. Si no tiene otros gastos ni entradas, ¿cuánta es su ganancia neta?

R: _____

3. En unas cabañas del sur se ha llevado un registro de los clientes de los últimos años, $\frac{3}{11}$ de los ocupantes han sido turistas brasileros, $\frac{3}{10}$ son argentinos, $\frac{5}{14}$ europeos y el resto de los extranjeros son de Estados Unidos. El total de extranjeros ha sido de 15 400.

- a. ¿Cuántos brasileros han visitado las cabañas?

R: _____

- b. El total de extranjeros representa $\frac{5}{8}$ del total de visitantes de las cabañas. ¿Cuántos chilenos han ido?

R: _____

4. En un reactor se hacen reaccionar las sustancias A, B y C. Debido a la reacción química, la masa de la sustancia A aumenta en un 10% cada media hora. Responde las siguientes preguntas considerando que inicialmente había 400 g de A.

- a. ¿Cuál es la masa de la sustancia A tras 1 hora?

R: _____

- b. ¿Cuál es la masa de la sustancia A tras 1,5 horas?

R: _____

5. Un juguete vale \$ 8500. Durante las fiestas navideñas sube un 22% y una vez que éstas han pasado, baja un 9%. ¿Cuál es su precio final?

R: _____

I. Elige la opción correcta en cada pregunta.

Para responde las preguntas 1, 2 y 3 usa la información de la tabla.

Día	Temperatura mínima	Temperatura máxima
Lunes	-5 °C	
Martes	-2 °C	15 °C
Miércoles		22 °C
Jueves	0 °C	9 °C
Viernes	-2 °C	

- Si el día lunes la temperatura máxima fue 18 °C mayor que la temperatura mínima del día martes, ¿cuál fue la temperatura máxima del día lunes?
 - 13 °C
 - 13 °C
 - 16 °C
 - 18 °C
- Si el día miércoles la temperatura mínima fue 13 °C menor que la temperatura máxima del día jueves, ¿cuál fue la temperatura mínima del día miércoles?
 - 9 °C
 - 4 °C
 - 4 °C
 - 9 °C
- El día viernes la temperatura máxima fue igual a la diferencia de las temperaturas mínimas del día lunes y martes más 9 °C. ¿Cuál fue la temperatura máxima del día viernes?
 - 4 °C
 - 6 °C
 - 7 °C
 - 9 °C
- Si un producto es 30, dos posibles multiplicaciones son:
 - $-30 \cdot 1$ y $6 \cdot 5$
 - $30 \cdot 1$ y $-6 \cdot 5$
 - $-30 \cdot (-1)$ y $6 \cdot 5$
 - $-30 \cdot 1$ y $-6 \cdot 5$

- ¿Cuál es el resultado de $-57 : (-3)$?
 - 16
 - 16
 - 19
 - 19

II. Resuelve los siguientes ejercicios y problemas.

- ¿Cuál es el resultado del siguiente ejercicio?

$$30 \cdot (20 + 50) + (80 - 30)$$

R: _____

- En un restaurant, durante la hora de almuerzo se ofrecen tres platos de fondo, tres tipos de jugo y tres ensaladas distintas. ¿Cuántos almuerzos diferentes se pueden formar?

R: _____

- En una bodega se guardan 50 sacos de 13,5 kg de arroz. En cada saco se almacena la misma cantidad de bolsas de $\frac{3}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsas de arroz hay en total?

R: _____

- Un paquete de 15 kg de aceitunas cuesta \$ 25 000 con el IVA incluido. ¿Cuál es el valor por kilogramo sin considerar el IVA?

R: _____

- A Gloria le subieron el sueldo de \$543 000 a \$ 570 000. ¿Cuál fue la variación porcentual del aumento?

R: _____

- Raúl tiene en el banco \$ 1 500 000 para comprarse una motocicleta. Si decide comprársela en dos meses más y su banco le da un interés compuesto del 2% mensual. ¿Cuánto dinero tendrá en su cuenta para comprarse la motocicleta?

R: _____

- Calcula, con un dígito decimal, el valor de las siguientes raíces.

A. $\sqrt{17} \approx$ _____

B. $\sqrt{32} \approx$ _____

C. $\sqrt{75} \approx$ _____

D. $\sqrt{21} \approx$ _____

Actividades

Sección 1

¿Qué debo saber? (página 23)

1. -7; 2. a. 3, b. -2, c. 2, d. 6
3. Pueden ser por ejemplo: a. La temperatura en un día muy frío; b. La profundidad a la que nada un buzo; c. La altura de un árbol; d. La edad de una persona.
4. a. 8, b. -10, c. 21, d. -24

Lección 1 (página 24)

Nivel 1

1.

a	b	c	$ab + c - a$	$-a + b + c + bc$	$abc - bc - c$
1	-2	0	-3	-3	0
-1	0	2	3	3	-2
2	5	-1	7	-3	-4
-1	2	-3	-4	-6	15

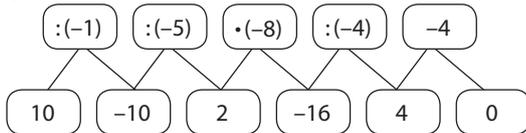
Nivel 2

2. a. $14 - (2 \cdot 10) = -6$; b. $-7 - (2 \cdot 6) = -39$

Lección 2 (página 25)

Nivel 1

1.



Nivel 2

2. Francisca está en lo correcto ya que, por ejemplo: $-2 : -1 = 2$, y 2 es el inverso aditivo de -2

Lección 3 (página 25)

Nivel 1

1. a. 0,33, b. 1,25, c. 0,86, d. 1,67, e. 0,73, f. 0,16.

Nivel 2

2. La rapidez de la piedra lanzada por Andrés al lago es 1,1m/s.

Lección 4 (página 26)

Nivel 1

1. a. $-\frac{5}{12}$, b. -6,75

Nivel 2

2. a. 0,145 kg, b. $\frac{37}{40}$ L es decir menos de un litro.

Lección 5 (página 26)

Nivel 1

1. a. $\frac{3}{5}$, b. -1,47

Nivel 2

2. a. La temperatura de la máquina después de una hora y media de estar encendida es $-3,375$ °C.
b. Correrá 6,375 km.

Lección 6 (página 27)

Nivel 1

1. a. 0,000667, b. -0,00089, c. 7,899, d. -0,01

Nivel 2

2. a. 4,72 m/s, b. 196 m

Sección 2

¿Qué debo saber? (página 29)

1. Pueden ser: a. 5^8 , b. 2^6 , c. 5^3 . 2. Puede abreviar cálculos y escritura de cantidades. 3. 53400. 4. a. 1, b. 100. 5. a. 64 cm^2 , b. 64 cm^3 , 216 cm^2 .

Lección 7 (página 30)

Nivel 1

1. a. $1,2 \cdot 10^9$, b. $2,72 \cdot 10^9$, c. Neptuno $4,35 \cdot 10^9$

Nivel 2

2. a. Habrá 2^4 , 16; b. Hay 7^3 , 343.

Lección 8 (página 31)

Nivel 1

1. a. 56, b. 3, c. 419, d. 27

Nivel 2

2. a. 5^{10} , b. 13, c. a^{1760} , d. a^{360}

Lección 9 (página 32)

Nivel 1

1. a. 11^2 , b. 2^4 , c. 7^1 , d. 6^2

Nivel 2

2. a. z^6x , b. $\frac{p^2}{q}$
3. a. 2^9 , b. 2^7 , c. 2^5 , d. 2^3 , e. 2^1

Lección 10 (página 32)

Nivel 1

1. a. 2, b. xy^2 , c. a^5

Nivel 2

2. Se puede utilizar un patrón en que se disminuye el exponente o con una división de resultado 1.

Lección 11 (página 33)

Nivel 1

1. Manuel debe comprar 48 metros de junquillo en total.

Nivel 2

2.

Nombre	Estatura (x)	Masa corporal (p)	IMC (i)
Ana María	1,50 m	55 kg	24,44
Pablo	1,80 m	90 kg	27,78
Sandra	1,65 m	60 kg	22,04
Sara	1,67 m	62 kg	22,23
Javier	1,87 m	83 kg	23,74

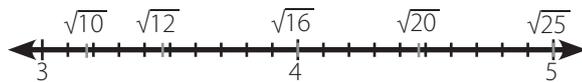
Lección 12 (página 33)

Nivel 1

1. a. =, b. >, c. >, d. <; 2. $-3, \sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{121}, \sqrt{144}$

Nivel 2

3.



Sección 3

¿Qué debo saber? (página 35)

1. Puede ser $0,25 \cdot 80$ o $\frac{25}{100} = \frac{x}{80}$
2. 2%; 3. 3,712 gramos
4. 24%; 5. 0,25 kg; 6. 98 estudiantes; 7. María ganó

Lección 13 (página 36)

Nivel 1

1.

1,5	4,5	32	40	105	63
0,12	0,79	9,6	20	37,5	0,12
0,245	0,004	0,7	0,6	0,17	0,0375

Nivel 2

2. a. 90 estudiantes viven en San Miguel, 180 en Pedro Aguirre Cerda y 180 en San Joaquín; b. 585 estudiantes.
3. a. El dueño debe vender los computadores a \$524 400; b. El precio original es de \$1 900.

Lección 14 (página 37)

Nivel 1

1.

Producto	Valor neto	Valor + IVA
10 kg de cebollas	5 000	5 950
20 kg de papas	8 000	9 520
4 zapallos	15 000	17 850
Total		33 320

Nivel 2

2. 4,24 %, 5,81 %, 6,04 %, 8,81 %, 7,14 %

Actividad complementaria (página 42)

Para la evaluación del taller se considera la siguiente rúbrica de cuatro niveles.

Nivel Destacado. Los y las estudiantes realizaron correctamente las siguientes tareas.

- Completaron las tablas y el diagrama.

1.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
2 ⁿ	2	4	8	16	32	64	128	256

4.

Exponente	Resto	Último dígito
1	0 R1	2
2	0 R2	4
3	0 R3	8
4	1 R0	6
5	1 R1	2
6	1 R2	4
7	1 R3	8
8	2 R0	6

6. Al resto 0 le corresponde el dígito 6, al 1 el 2, al 2 el 4 y al 3 el 8.

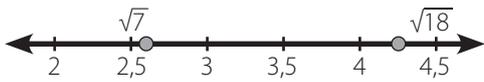
- Responden correctamente las preguntas
- 2. Las potencias de 2 siempre terminan en los dígitos, 2 – 4 – 8 – 6.
- 3. No, porque 5 no está entre los dígitos encontrados en la regularidad.
- 5. Los dígitos son 4 y 8 respectivamente.
- Comunican sus hallazgos.
- 8. La secuencia de los últimos dígitos de las potencias de dos es 2, 4, 6 y 8. El exponente 423 dividido por 4 es igual a 105 y resto 3, por lo tanto le corresponde el tercer término del patrón que es 8.

Nivel Competente. Satisfacen los dos primeros requisitos del nivel anterior pero no logran explicar el procedimiento en la pregunta 8.

Nivel Básico. Solo completan al menos la primera tabla y dos de las preguntas. No logran responder la pregunta 8 o lo hacen incorrectamente.

Nivel Insuficiente. No logran completar la segunda tabla, responden solo una de las preguntas. No logran responder la pregunta 8 o lo hacen incorrectamente.

Evaluación de la unidad (páginas 43 a 45)

Indicador	Número de pregunta con su respuesta
Multiplican y dividen números enteros positivos y/o negativos.	I. 1. C, 3. C II. 1. a. -2, b. -1, c. -3 II. 2. a. -6, b. -12, c. 12, d. -3
Resuelven problemas cotidianos que requieren la multiplicación o división de números enteros.	I. 2. B III. 1. 1 hora; III. 2. \$ 254 880
Realizan ejercicios rutinarios que involucran la multiplicación y división con fracciones y decimales.	I. 4. A, 5. D, 6. A, 7. A II. 6. a. F, b. F, c. V, d. F II. 7. a. -6,38, b. 1,5, c. $-0,\bar{1}$, d. -2,24
Resuelven problemas aplicando la multiplicación o división de fracciones o decimales.	III. 3. a. 4200, b. 9240
Resuelven ejercicios rutinarios aplicando la multiplicación y división de potencias.	I. 8. C, 9. A, 11. B II. 3. a. 10^3 , b. 2^8 II. 4 a. Se deben multiplicar las bases y mantener el exponente igual. b. Se debe calcular cada potencia y luego multiplicar los resultados.
Resuelven problemas aplicando la multiplicación o división de potencias.	I. 10. B II. 5. a. 3, b. 6
Ubican la posición aproximada de raíces no exactas en la recta numérica.	I. 14. D
Calculan el valor de raíces cuadradas no exactas.	I. 12. D, 13. D II. 8  II. 9. La $\sqrt{7}$ está entre 2 y 3 porque 7 está entre los cuadrados 4 y 9, como $2,5^2$ es 6,25 la raíz debe estar entre 2,5 y 3. II. 10. 12
Resuelven problemas que involucran cálculo de variaciones porcentuales.	II. 11. $1 - 0,18 = 0,82$ III. 4. a. 484 g, b. 532,4 g III. 5. \$ 9437

Banco de preguntas (página 46)

I. 1. C, 2. D, 3. B, 4. C, 5. C;

II. 1. 2150, 2. 27, 3. 900 bolsas, 4. \$ 21 008, 5. 4,9 %, 6. \$ 1 560 600, 7. a. 4,1; b. 5,7; c. 8,7; d. 4,6.

RDC

Las respuestas a las actividades de los recursos digitales complementarios las encontrará en el documento informativo de cada RDC en la sección Apoyo al docente.

Álgebra y funciones

Propósito de la unidad

En los primeros niveles de la Educación Básica ha estado presente el objetivo de desarrollar las habilidades algebraicas en las y los estudiantes, principalmente a través de la búsqueda y construcción de patrones y de la resolución intuitiva de ecuaciones e inecuaciones. El tipo de actividades descritas han ido evolucionando a algunas más formales como generalizar propiedades de las figuras geométricas y de las operaciones aritméticas.

En el nivel anterior, además de utilizar expresiones algebraicas para describir situaciones, se realizaron las operaciones de adición y sustracción o reducción de términos semejantes para desarrollar el lenguaje algebraico. Este año se agregará más operatoria algebraica, multiplicación y factorización de expresiones, y se formalizarán los procesos de resolución de ecuaciones e inecuaciones.

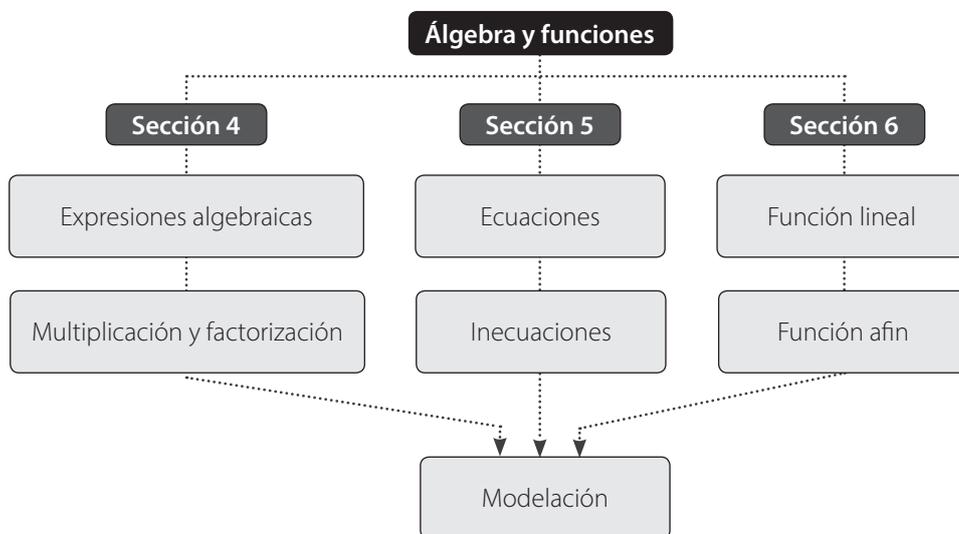
En la unidad anterior, se repasó la proporcionalidad directa para trabajar las variaciones porcentuales, esto se aprovecha en esta unidad para introducir la función lineal y, por medio de una traslación se introduce la función afín. Esta es la primera aproximación de los y las estudiantes, a la modelación a través de las funciones.

El próximo año, las funciones lineal y afín se utilizarán para modelar situaciones de mayor complejidad como los sistemas de dos ecuaciones lineales. En los años posteriores se estudiarán otras funciones, como por ejemplo la cuadrática para modelar situaciones de diferentes áreas, como la física.

Organización de la unidad

El esquema muestra la organización de los contenidos en esta unidad. En la unidad anterior, la resolución de problemas fue la preocupación central, mientras que en esta lo es la función modeladora del álgebra a través de la función lineal y la función afín.

Sin embargo, la resolución de problemas no desaparece en esta unidad. Se trata de abordarla desde un punto de vista más algebraico a través de las ecuaciones e inecuaciones.



Planificación de la unidad

Sección 4: Expresiones algebraicas

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<p>Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:</p> <ul style="list-style-type: none"> representándolas de manera pictórica y simbólica relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos determinando formas factorizadas <p>Habilidades: Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.</p> <p>Actitudes: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	Lección 15: ¿Qué representa una expresión algebraica?	2 horas	
	Lección 16: ¿Cómo multiplicar expresiones algebraicas?	3 horas	
	Lección 17: ¿Cómo factorizar expresiones algebraicas?	3 horas	

Páginas especiales de la sección 4

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	98 a 100	1,5 horas	
Mural: Tetris, un clásico mundial.	114	1 hora	
¿Cómo voy?	116	2 horas	
Resolución de problemas.	118	1 hora	
Vuelvo a mis procesos.	119	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	102 a 105	<ul style="list-style-type: none"> • Modelan concreta o pictóricamente (área de rectángulos) la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la adición: $(a + b) \cdot c = ac + bc$, $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$. • Transforman productos en adiciones y estas en productos, en ejercicios rutinarios. • Elaboran expresiones algebraicas a base de composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D. • Representan composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D, basándose en expresiones algebraicas. • Desarrollan y reducen términos algebraicos que incluyen adiciones y productos, en ejercicios rutinarios.
	106 a 109	
	110 a 113	

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación de ideas previas
	Representar expresiones algebraica.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Usar un proceso de ensayo y error
	Instancia de reflexión y metacognición.

Planificación de la unidad

Sección 5: Ecuaciones e inecuaciones

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<ul style="list-style-type: none"> Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b$; $x/a = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $x/a + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$ (a, b, c y d en los racionales). Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo. <p>Habilidades: Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	Lección 18: ¿Cómo modelar situaciones con ecuaciones?	2 horas	
<p>Actitudes: Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.</p>	Lección 19: ¿Cómo resolver ecuaciones?	3 horas	
	Lección 20: ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?	2 horas	
	Lección 21: ¿Cómo representar la solución de una inecuación?	2 horas	
	Lección 22: ¿Cómo resolver inecuaciones?	4 horas	

Páginas especiales de la sección 5

Objetivos de aprendizaje	Páginas	Tiempo	
De inicio	120 a123	1,5 horas	
Mural: Contaminación del aire en Chile	138	1 hora	
¿Cómo voy?	146	2 horas	
Resolución de problemas	148	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	149	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	124 a 127	<ul style="list-style-type: none"> • Representan ecuaciones e inecuaciones mediante balanzas. • Identifican las actividades “agregar a la balanza” con la adición y “sacar de la balanza” con la sustracción. • Modelan transformaciones equivalentes con actividades que mantienen el equilibrio de la balanza. • Modelan situaciones que requieren de una ecuación o inecuación para responder a un problema. • Resuelven ecuaciones e inecuaciones en ejercicios rutinarios. • Resuelven problemas cotidianos, utilizando ecuaciones e inecuaciones. • Reconocen que una transformación equivalente de una inecuación no debe alterar el sentido de la desigualdad. • Resuelven problemas de la vida cotidiana que tienen una base fija y cambio constante, mediante ecuaciones e inecuaciones.
	128 a 131	
	132 a 135	
	136 y 137	
	140 a 145	
		<ul style="list-style-type: none"> • Nota al docente: Considere que los estudiantes todavía no han formalizado el conjunto de los números racionales y no conocen los reales, esto se debe tener en cuenta al resolver ecuaciones e inecuaciones.

Objetivo	
	Motivación, reflexión y activación de idea previas.
	Actividad grupal.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Plantear una ecuación o inecuación.
	Instancia de reflexión y metacognición

Planificación de la unidad

Sección 6: Función lineal y función afín

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<p>Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:</p> <ul style="list-style-type: none"> • utilizando tablas • usando metáforas de máquinas • estableciendo reglas entre x e y • representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo <p>Mostrar que comprenden la función afín:</p> <ul style="list-style-type: none"> • generalizándola como la suma de una constante con una función lineal • trasladando funciones lineales en el plano cartesiano • determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo • relacionándola con el interés simple • utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. <p>Habilidades: Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $y = ax + b$, comparando dependencias lineales.</p>	Lección 23: ¿Cómo relacionar la proporcionalidad directa y la función lineal?	3 horas	
	Lección 24: ¿Cómo representar y analizar una función lineal?	4 horas	
	Lección 25: ¿Cómo definir una función afín?	3 horas	
	Lección 26: ¿Cómo interpretar los parámetros de una función afín?	4 horas	
	Lección 27: ¿Cómo analizar y graficar una función afín?	4 horas	
<p>Actitudes: Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas</p>	Lección 28: ¿Cómo modelar situaciones usando las funciones afín o lineal?	4 horas	

Páginas especiales de la sección 6

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	150 a 153	1,5 horas	
Mural: Energía eléctrica: ¿Cuántos kilowatt-hora consume tu hogar?	180	1 hora	
¿Cómo voy?	182	2 horas	
Resolución de problemas	184	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	185	1/2 horas	

Páginas finales de la Unidad 6

Actividad	Páginas	Tiempo	
Sintetizo mis aprendizajes	186	1 horas	
Refuerzo mis aprendizajes	187	2 hora	
¿Qué aprendí?	189	2 horas	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	154 a 157	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos. • Representan la noción de función de manera concreta pictórica o simbólica. • Elaboran las tablas de valores y gráficos correspondientes, basados en ecuaciones de funciones lineales $f(x) = a \cdot x$, con a y $x \in \mathbb{Q}$
	158 a 163	<ul style="list-style-type: none"> • Representan la linealidad en tablas y gráficos. • Identifican la pendiente del gráfico y/x de la función $f(x) = a \cdot x$ con el factor a, con a y $x \in \mathbb{Q}$ • Verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x$, con a y $x \in \mathbb{Q}$
	164 a 167	<ul style="list-style-type: none"> • Modelan situaciones de la vida cotidiana o de ciencias con funciones lineales o afines. • Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante.
	168 a 171	<ul style="list-style-type: none"> • Determinan las regiones en el plano cartesiano cuyos puntos representan soluciones de las inecuaciones $y < ax + b$ o $y > ax + b$, con a, b y $x \in \mathbb{Q}$ • Diferencian modelos afines, lineales y de proporcionalidad inversa.
	172 a 175	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican elementos de la función afín. • Elaboran gráficos de funciones afines.
	176 a 179	<p>Nota al docente: Considere que los estudiantes todavía no han formalizado el conjunto de los números racionales, \mathbb{Q}, y no conocen los reales \mathbb{R}, esto se debe tener en cuenta al definir y graficar las funciones lineal y afín. Por lo anterior, se entiende el conjunto de los racionales, para los estudiantes, como el conjunto de los enteros unido con las fracciones positivas y negativas y el 0.</p>

Objetivo	
	Motivación, reflexión y activación de ideal previas.
	Actividad grupal.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Definir un modelo.
	Instancia de reflexión y metacognición.

Objetivo	
	Mapa conceptual, ideas fuerza
	Aplicaciones resumen de la sección
	Reflexión sobre los aprendizajes.

Orientaciones didácticas

El objetivo de plantear el inicio de la unidad con la imagen de la mina de Chuquicamata, la mayor productora de cobre en el mundo y la más grande de las llamadas “a tajo abierto”, es hacer conciencia en las y los estudiantes sobre la importancia de la producción de cobre para el Estado chileno, puesto que constituye una parte importante del presupuesto de la nación.

Desde el punto de vista de los contenidos de la Unidad de Álgebra, además de la posibilidad de modelar inecuaciones como muestra uno de los recuadros de estas páginas, también se puede plantear a los y las estudiantes preguntas como ¿Cómo se puede proyectar la producción de cobre en los próximos años?, ¿Cómo se puede relacionar la cantidad de material extraído de la mina con la cantidad de cobre producido?

Las respuestas a esas preguntas las obtienen los economistas y técnicos a través del uso de funciones matemáticas que relacionan las diferentes variables que describen la situación de la producción de cobre.

Si considera adecuado puede recomendarles a sus estudiantes visitar los siguientes sitios de Educar Chile e Icarito respectivamente, con actividades e información relacionadas con Chuquicamata.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P056a

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P056b

» ¿Qué aprenderé? ¿Para qué?

Para que la primera pregunta tenga sentido para los y las estudiantes, debe ser respondida en conjunto con la segunda. De esta manera, ellos verán que cada contenido está ligado a algún tipo de problema que será simplificado o resuelto.

Lo anterior puede ser ilustrado con el siguiente ejemplo: el primer contenido se refiere a operatoria de expresiones algebraicas, sin ella cada vez que quisiéramos calcular el área de un rectángulo deberíamos deducir como hacerlo, puesto que sin operatoria algebraica no podríamos tener una fórmula que sirviera para cualquier caso. De hecho, ese era el problema que enfrentaban los egipcios calculando los terrenos para sembrar que variaban cada vez que sufrían los cambios del nivel del río Nilo.

Las y los estudiantes deberán ver que no hay posibilidad de llegar a definir las funciones que se hablaban en la primera sección de estas páginas si no se desarrolla completamente el lenguaje del álgebra y sus operaciones básicas.

Actitudes

Las actitudes que se plantean en estas páginas del Texto del Estudiante son las declaradas en el Programa de matemática, siendo su objetivo el orientar el desarrollo social y moral de las y los estudiantes. El Ministerio de Educación plantea que estas actitudes deben ser consideradas como objetivos de aprendizaje y deben ser incluidas en las actividades de aprendizaje y el trabajo en la sala de clases.

Dicho de otra forma, se nos indica que, en el desarrollo de una actividad cualquiera, debemos pensar simultáneamente en el desarrollo de un objetivo de aprendizaje (ligado a un contenido), una actitud y una habilidad.

Respecto a las habilidades, al igual que en la Unidad 1, se plantean las cuatro a través de toda la unidad, pero con aquellos indicadores que se consideraron más conectados con los objetivos de aprendizaje.

Sin lugar a dudas, con la resolución de ecuaciones e inecuaciones, con la introducción de la función lineal y la función afín, la habilidad de modelar está presente de forma explícita a lo largo de toda esta unidad de Álgebra y Funciones.

» Propósito

Modelar situaciones cercanas a los estudiantes que requieren:

- Representar expresiones algebraicas y reducirlas.
- Multiplicar expresiones algebraicas.
- Factorizar expresiones algebraicas.

¿De qué se trata?

El lenguaje algebraico tiene muchos usos en Matemática y otras ciencias. Las descripciones de conjuntos numéricos, constantes científicas y fórmulas para calcular magnitudes en Física, Química o Astronomía son posibles gracias al uso de este lenguaje.

En la primera sección de la unidad, los estudiantes continúan aprendiendo el lenguaje algebraico que iniciaron en la infancia, con el uso de símbolos como cuadrados y triángulos, hasta llegar a letras que representan números. Así, representan expresiones algebraicas y las reducen según sus propiedades y términos semejantes. Luego, comienzan el proceso de multiplicarlas y factorizarlas que continuarán en primero medio, cuando verán productos notables.

Todo esto se ve de forma pictórica, con los perímetros y áreas de rectángulos, y luego de forma simbólica, de manera que los y las estudiantes internalicen los conceptos en vez de replicar fórmulas que tal vez no tengan sentido para ellos.

Pienso mis procesos

El objetivo de esta actividad es presentar preguntas que introducen los temas que serán trabajados en esta sección. Por otra parte, a través de ellas, se pretende que las y los estudiantes se conviertan en observadores de su apren-

dizaje, por medio de instancias tanto de motivación hacia los nuevos contenidos, como de los logros esperables y las posibles dificultades.

Puesto que esta sección está anclada con la de **Vuelvo a mis procesos**, al final de la sección, es importante que los y las estudiantes respondan en el texto las preguntas planteadas, para que ellos puedan comparar sus respuestas y constatar sus logros y dificultades.

¿Qué debo saber?

Antes de comenzar con la primera lección se presentan actividades sobre objetivos de aprendizajes de años anteriores que se consideran como requisitos para que los y las estudiantes se sientan seguros al momento de enfrentar los nuevos aprendizajes. Además puede plantear, como trabajo extra, las actividades propuestas en esta página.

Acompañe estas actividades con las propuestas en los RDC.

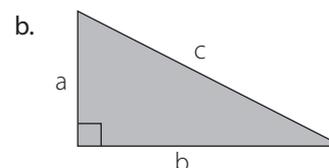
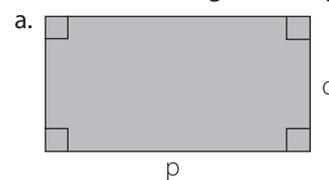


Actividades

1. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

- La mitad de un número.
- Añadir 5 unidades al doble de un número.
- La suma de un número y el doble del mismo.
- El área de un triángulo de base b y altura h .
- La diferencia entre dos números pares consecutivos.
- La suma de dos números consecutivos es 21.
- Dos números pares consecutivos suman 10.
- El producto de tres números consecutivos es 120.
- El producto de dos números pares consecutivos es 48.

2. Escribe una expresión para el área y el perímetro de cada una de las siguientes figuras.



Lección 15: ¿Qué representa una expresión algebraica?

- » **Propósito:** Comprender, representar, reducir y valorizar expresiones algebraicas.
- » **Componentes:** páginas de la 102 a la 105 en el Texto y páginas 42 y 43 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

A través de un juego, en las situaciones 1 y 2 se compara el mismo contexto desde el punto de vista del lenguaje común y del algebraico. Esto da la oportunidad a los y las estudiantes de comparar ambos sistemas, valorando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

Una estrategia útil para agrupar términos semejantes consiste en expresar todas las sustracciones como adiciones del inverso aditivo. A continuación, es conveniente destacar los términos semejantes con el mismo color.

Otra estrategia es llamar, por ejemplo, a todas las x centímetros y a todas las y , metros. Los centímetros y los metros no se pueden sumar o restar.

Errores frecuentes

Refuerce la conmutatividad, ya que un posible error de los y las estudiantes es no reconocer términos semejantes en caso de que no tengan el factor literal en el mismo orden. Por ejemplo, $3x^2y + 2yx^2$.

No obstante el error más común es reconocer como términos semejantes aquellos que tienen distinto exponente. Pídales que marquen con distinto color los exponentes.

Links de interés

Recurso en línea que ofrece una explicación de la reducción de términos semejantes y un test.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P058

Actividad evaluativa del proceso:

Los problemas 13 y 14 de la página 105 son, por una parte, relativamente conocidos por las y los estudiantes, pero por otra se les pide escribir algebraicamente la regla general de la sucesión, lo cual le permitirá comprobar el avance de sus estudiantes utilizando el lenguaje algebraico y la reducción de términos semejantes.

Actividades**Nivel 1****1. Reduce las siguientes expresiones:**

- a. $7a - 9b + 6a - 4b$
- b. $a + b - c - b - c + 2c - a$
- c. $5x - 11y - 9 + 20x - 1 - y$
- d. $-6m + 8n + 5 - m - n - 6m - 11$
- e. $-a + b + 2b - 2c + 3a + 2c - 3b$
- f. $-81x + 19y - 30z + 6y + 80x + x - 25y$
- g. $15a^2 - 6ab - 8a^2 + 20 - 5ab - 31 + a^2$
- h. $-3a + 4b - 6a + 81b - 114b + 31a - a - b$
- i. $b - c + 8 + 2a + 2b - 19 + c - 4a - 3 - 3b$

Nivel 2**2. Resuelve los siguientes problemas.**

- a. El lado de un triángulo equilátero mide $3a^2b$, ¿cuánto mide su perímetro?
- b. Jaime evaluó la expresión $2x + 7y$ con valores naturales para x e y obteniendo como resultado 11, ¿cuáles podrían ser los valores de x e y ?

Lección 16: ¿Cómo multiplicar expresiones algebraicas?

- » **Propósito:** Comprender la multiplicación de expresiones algebraicas.
- » **Componentes:** páginas de la 106 a la 109 en el Texto y páginas 44 y 45 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Antes de comenzar la lección es importante que las y los estudiantes recuerden cómo se calcula el área y perímetro de triángulos y rectángulos, puesto que se utilizarán para ilustrar la multiplicación de expresiones algebraicas.

Si estima conveniente puede mostrarle a los y las estudiantes que al multiplicar dos polinomios, y antes de reducir posibles términos semejantes, el número de términos que debe mostrar el resultado es igual al producto del número de términos de cada factor. Por ejemplo, si multiplican un binomio (2 términos) por un trinomio (3 términos) el producto deberá tener $2 \cdot 3 = 6$ términos. Siguiendo esta regla ellos podrán darse cuenta si olvidaron multiplicar algún término.

Metacognición

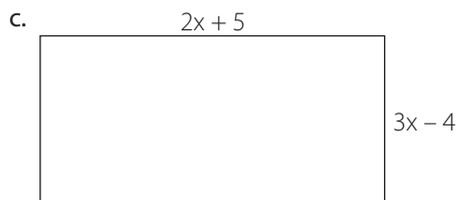
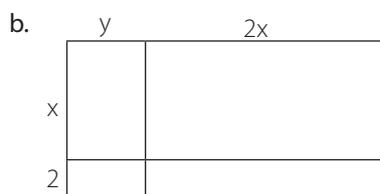
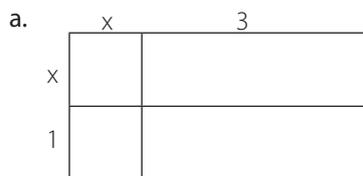
En la página 107, en la sección *Para concluir*, aparecen las reglas para multiplicar monomios y polinomios. Antes de que las y los estudiantes lo lean pídale que ellos las expliquen y luego las comparen con las dadas. También se puede pedir que expliquen por qué creen que se realiza de esa manera una multiplicación de expresiones algebraicas.

Actividades

1. Sin desarrollar, indica el número de términos que tendrá cada producto.

- $a(a + b + c)$
- $(a + b)(c + d)$
- $(x + y)(x + y + z)$
- $(2x + 3y - z)(a - b - c)$

2. Calcula el área de cada rectángulo.

**Nivel 2**

3. Desarrolla las siguientes expresiones.

- $2ab \cdot (c + b - 2b - 10)$
- $(2a + b)(3 - b)$
- $(2xy - 2)(2xy + 2)$
- $pqr \cdot 2q \cdot (-2r + 3p - 2)$
- $2abc - 3(2a + b - abc)$

Lección 17: ¿Cómo factorizar expresiones algebraicas?

- » **Propósito:** Comprender la factorización de expresiones algebraicas.
- » **Componentes:** páginas de la 110 a la 113 en el Texto y páginas 46 y 47 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

La extracción del factor común en una expresión algebraica es el proceso inverso de la propiedad distributiva. Por esta razón, en las **Actividades** se proponen ejercicios para reforzar la propiedad distributiva. Una vez realizados estos ejercicios es importante explicar el por qué de las actividades. Comenta con los y las estudiantes que si leemos las igualdades de

izquierda a derecha, estamos ante la propiedad distributiva y si lo hacemos de derecha a izquierda estamos ante la "extracción de un factor común".

Es recomendable que las y los estudiantes realicen las actividades del Cuaderno de ejercicios, especialmente los ejercicios que tienen representaciones geométricas, ya que ellos entenderán que están repitiendo los ejercicios de la lección anterior, pero ahora en sentido contrario.

Mural: Tetris, un clásico mundial

- » **Propósito:** Aplicar las expresiones algebraicas y sus operaciones a una situación cercana a los estudiantes.
- » **Componente:** páginas 114 y 115 en el Texto

Orientaciones didácticas:

Aproveche el trabajo en grupo para observar la participación de las y los estudiantes. Podrá detectar si alguno de ellos presenta problemas realizando las actividades.

Habilidades y/o actitudes. Uso responsable de tecnologías de la comunicación y respeto de la propiedad y privacidad.

Links de interés

El artículo que se recomienda a continuación fue escrito para el trabajo en grupos en clases de matemática a nivel universitario, pero fácilmente se puede aplicar las aulas de educación básica o media.

Este artículo plantea que el trabajo en grupo va mucho más allá de disponer de distinta manera la ubicación de los bancos de los y las estudiantes. Se reconoce la importancia de la interacción entre pares, pero el profesor debe estar pendiente de que todos los integrantes del grupo aporten en su propia medida. Dicho artículo se encuentra en <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P059a

Ampliación y profundización didáctica:

Muchos teóricos de la educación han realizado numerosos trabajos sobre la importancia del juego en el aprendizaje de la matemática.

Se plantea que el aprendizaje a través del juego tiene como ventajas inmediatas, mayor motivación, aprendizajes más significativos y menor nivel de fracaso. Los juegos desarrollan el razonamiento lógico, lo cual redundará en una enorme ventaja para las y los estudiantes.

Para mayor información sobre este tema se recomienda el artículo Juegos en el aprendizaje de la matemática, el cual se puede encontrar en el siguiente enlace.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P059b

Ampliación y profundización disciplinaria:

La división de polinomios no está en nuestro currículo pero es interesante puesto que se ejecuta siguiendo los mismos pasos del algoritmo para dividir números.

Un teorema que ayuda en la división de polinomios es el llamado teorema del resto. Este dice: $p(x)$ es un polinomio y será dividido por $x - a$, si se reemplaza x por a en el polinomio $p(x)$ su valor es igual al resto. Por lo tanto, se puede establecer que $p(x) = (x - a)c(x) + p(a)$.

Si $p(a) = 0$ sabremos que $x - a$ es un factor de $p(x)$.

Supongamos que se quiere dividir el polinomio $(x^4 - 2x^3 + x^2)$ por el polinomio $(x - 1)$.

Aplicando el teorema del resto:

$P(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 + 1^2 = 0$, por lo tanto sabemos que $(x - 1)$ es factor del dividendo.

Realicemos la división:

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 + x^2 : x - 1 = x^3 - x^2 \\ \underline{-(x^4 - x^3)} \\ -x^3 + x^2 \\ \underline{-(-x^3 + x^2)} \\ 0 \end{array}$$

Por lo tanto tenemos:

$$(x^4 - 2x^3 + x^2) = (x - 1)(x^3 - x^2)$$

Para saber más sobre este contenido puede consultar la siguiente página.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P060

Actividades**Nivel 1**

1. Calcula los siguientes productos y responde las preguntas a continuación.

a. $3(q - p)$

b. $t(v + 3)$

c. $12(w - s)$

– ¿Qué propiedad reconoces en las igualdades formadas?

– Al resolver cada ejercicio, ¿qué expresión se repite?

– ¿Cómo llamarías al primer término de los ejercicios propuestos?

Nivel 2

2. Factoriza los siguientes trinomios:

a. $x^2 + 5x + 6$

b. $x^2 + 5x - 14$

c. $y^2 - 8y + 15$

d. $x^2 - 2x - 15$

¿Cómo voy?

» **Propósito:** Repasar los contenidos de esta sección.

» **Componentes:** páginas 116 y 117 en el Texto y páginas 48 y 49 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Antes de comenzar esta serie de actividades, con todos los contenidos de la sección presentados lección a lección, puede realizar una síntesis como la siguiente.

La matemática utiliza un lenguaje propio que, en general, se preocupa de describir elementos, variables o constantes y relaciones entre ellos utilizando las llamadas expresiones algebraicas. En la lección 15 se repasa los contenidos vistos por las y los estudiantes el año pasado.

Un dato que las y los estudiantes deben manejar, es que las expresiones algebraicas, por complejas que sean, representan números. Por lo tanto las reglas de las operaciones aritméticas deben seguir aplicándose.

Para justificar la reducción de términos semejantes se puede preguntar qué sentido geométrico tendría la siguiente suma: $3 \text{ cm} + 2 \text{ cm}^2$, muéstrele a las y los estudiantes que el 2 y 3 podrían sumarse, pero el resultado 5 qué unidades tendría, eso deja en claro que $3x$ y $2y$ no pueden sumarse.

La segunda lección de esta sección nos muestra que, si los números pueden multiplicarse, las expresiones algebraicas deben poder hacerlo también. En este punto es importante volver a insistir que todo lo que se necesita para multiplicar expresiones algebraicas es entender la distributividad de la multiplicación sobre la adición y que cada término de un factor debe multiplicarse con cada uno de los términos del otro factor, como muestra el siguiente esquema.

$$(a + b)(x + y) = ax + ay + bx + by$$

Para evitar errores es muy importante que los y las estudiantes trabajen en orden este tipo de ejercicios.

Finalmente, se muestra la factorización como el proceso inverso de la multiplicación. Las y los estudiantes tienden a leer las igualdades solo de izquierda a derecha, sin apreciar que una de las propiedades de la igualdad es ser reflexiva.

Siguiendo con esa idea se puede mostrar el esquema siguiente.

$$\begin{array}{c} \text{Multiplicación} \\ \longrightarrow \\ (x + 3)(x - 1) = x^2 + 2x - 3 \\ \longleftarrow \\ \text{Factorización} \end{array}$$

La primera operación responde preguntas como cuál es el área de un rectángulo cuyos lados miden $(x + 3)$ y $(x - 1)$, mientras que la segunda corresponde a la pregunta, ¿cuánto miden los lados de un rectángulo cuya área es $x^2 + 2x - 3$?

Resolución de problemas: Ensayo y error

- » **Propósito:** Utilizar la estrategia de ensayo y error para resolver problemas.
- » **Componentes:** página 118 en el Texto y páginas 50 y 51 del Cuaderno de ejercicios.

Habilidades y/o actitudes:

Demostrar interés y rigurosidad en la resolución de problemas.

Orientaciones didácticas:

Recuerde que en el Cuaderno de ejercicios se presentan cuatro actividades para esta estrategia. La primera es de práctica, la segunda es discriminar cuándo es la más adecuada de usar, la tercera pide crear situaciones en las que se pueda usar la estrategia presentada y la última es una instancia de metacognición que tiene por objetivo que los y las estudiantes tengan un aprendizaje significativo de la estrategia.

Ampliación y profundización disciplinaria:

Este método también se puede aplicar a la resolución numérica de ecuaciones, como muestra el siguiente ejemplo:

Se sabe que una solución de la ecuación $x^2 + 2x - 1 = 0$ es un decimal que se encuentra entre $x = 0$ y $x = 1$. Esto es cierto ya que para el primer valor, el polinomio toma valor -1 y para el segundo es 2 , si uno es positivo y el otro es negativo entre ellos debe haber un valor para el cual es 0 .

Se pide encontrar esa solución como un decimal aproximado a la centésima.

Se prueba con $x = 0,5$, reemplazando se tiene $0,5^2 + 2 \cdot 0,5 - 1 = 0,25$, como el valor es todavía mayor que 0 , se prueba con uno menor, por ejemplo, $x = 0,43$, obteniendo $0,41^2 + 2 \cdot 0,41 - 1 = -0,0119$.

La solución requerida con la precisión pedida sería $x = 0,43$. Si la ecuación se resuelve algebraicamente, la solución sería

$$x = -1 + \sqrt{2} \approx 0,4142135624\dots$$

Este tipo de actividad puede ser realizada con los y las estudiantes utilizando una planilla de cálculo en el computador. Ellos pueden introducir el polinomio y valorarlo, variando los rangos de valores pueden llegar a la respuesta con la precisión requerida.

Dicha actividad tendría como objetivo desarrollar las habilidades referidas al uso de tecnologías, desarrollar el sentido numérico de las y los estudiantes y comprender la valorización de expresiones algebraicas.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de esta sección.
- » **Componente:** página 119 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

En esta página se presenta la última actividad de esta sección y recuerde que debe ser trabajada comparando con las respuestas dadas por los y las estudiantes en la página 99, en la sección *Pienso mis procesos*.

La verbalización de los contenidos es importante para la adquisición de los aprendizajes. Permita que los y las estudiantes respondan las preguntas utilizando "sus propias palabras" pero pidiéndoles que mantengan un lenguaje matemático correcto.

Ampliación y profundización didáctica:

Los siguientes artículos tratan sobre la relación entre verbalización y aprendizaje significativo.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P061a

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P061b

» Propósito

Resolver problemas que involucran:

- Modelar situaciones utilizando ecuaciones.
- Resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita.
- Modelar situaciones utilizando inecuaciones.
- Resolver inecuaciones en forma gráfica y simbólica.

¿De qué se trata?

En esta sección, las y los estudiantes modelarán situaciones matemáticas o de la vida real, usando ecuaciones e inecuaciones de manera gráfica y simbólica. Además, continúan aprendiendo a resolverlas, proceso que comenzaron en los primeros cursos de la Educación Básica.

Hasta 6.º básico, los y las estudiantes resolvieron ecuaciones e inecuaciones con coeficientes naturales.

Luego, en 7.º, se introdujeron los coeficientes enteros. En este curso, se agregan coeficientes que pueden ser fracciones o decimales, pero los y las estudiantes deben ser capaces de comprender que esto no modifica la manera de resolver las ecuaciones e inecuaciones.

Recuerde que la habilidad que se espera desarrollar a lo largo de esta unidad es la de modelar. En la primera sección el modelar se trabajó a través de las expresiones algebraicas, en la tercera sección se trabajará la modelación utilizando las funciones y en esta se trata de la modelación de problemas con ecuaciones e inecuaciones.

El problema con que comienza la sección, sobre la tasa de natalidad, puede enriquecerse pidiendo a los y las estudiantes que averigüen los datos de su región en la siguiente página del INE:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P062

También puede discutir con ellos la importancia de estos datos desde el punto de vista de las políticas públicas.

Pienso mis procesos

Recuerde que esta página resulta adecuada para sostener una discusión matemática sobre los contenidos y objetivos que los y las estudiantes han logrado y cómo se conectan con los que se presentarán en la sección.

Las y los estudiantes deben escribir sus respuestas para que luego las contrasten con las que entreguen al finalizar la sección, de esta forma se estará ejercitando la reflexión sobre los procesos de aprendizajes de cada uno de ellos.

¿Qué debo saber?

Se insiste en la importancia que tiene la seguridad que cada estudiante sienta en sus propios logros para enfrentar los nuevos desafíos, por ello se propone que las y los estudiantes resuelvan las actividades referidas a operaciones y resolución de problemas en el ámbito de números enteros, fracciones y decimales, además de operaciones con expresiones algebraicas y ecuaciones.

Puede comenzar con las actividades que se muestran a continuación.

Actividades

1. Nombra un número entero que cumpla con las condiciones dadas.

- Un número par entre -3 y -6
- El doble de un número entre -1 y 1

2. Simplifica los términos semejantes en las siguientes expresiones algebraicas.

- $2x - 5x + 3x - 3x =$
- $x - 6y + 2y + x =$
- $6x - 10y + 4 - 2x =$
- $-x + 5x - 4x - 3x =$

3. Evalúa cada expresión para los valores dados.

- $2x + 4y + 2; x = 2, y = -1$
- $3x - y; x = 1, y = -3$
- $x + 3y; x = -2, y = -6$
- $x + y; x = -1, y = 3$

4. Escribe como una expresión algebraica para cada frase.

- El doble de un número disminuido en 6.
- La diferencia entre dos números pares consecutivos.

Lección 18: ¿Cómo modelar situaciones con ecuaciones?

- » **Propósito:** Modelar situaciones usando ecuaciones lineales.
- » **Componentes:** páginas de la 124 a la 127 en el Texto y páginas 52 y 53 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Aproveche las situaciones que presenta esta lección para presentar el planteamiento de una ecuación en forma pictórica –utilizando los diagramas de barra– y usando la metáfora de la balanza para finalmente llegar a la expresión algebraica de la ecuación.

De esta manera podrá determinar el nivel de abstracción y comprensión del concepto de ecuación que puede manejar cada uno de sus estudiantes.

Links de interés

Recurso de Educar Chile para reforzar el planteamiento de ecuaciones a partir de un problema.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P063a

Ampliación y profundización didáctica:

Sobre niveles de abstracción, se recomienda este pequeño resumen de lo que Jaques Maritain escribió sobre el tema.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P063b

Actividades**Nivel 1****1. Plantea una ecuación para cada situación.**

- a. El doble de un número disminuido en 20 es igual a la diferencia de 8 menos el número.
- b. La diferencia entre un número y su doble es la mitad del número.
- c. El quintuple de un número que fue aumentado en dos resulta el mismo número aumentado en la unidad.

Nivel 2**2. Plantea una ecuación en cada caso.**

- a. Pedro compró un producto electrónico con \$ 10 000 y recibió \$ 755 de vuelto. ¿Cuánto costó el producto?
- b. Esteban tiene el doble de la edad de Camila y la suma de sus edades es 81. ¿Cuáles es la edad de Esteban y de Camila?

Lección 19: ¿Cómo resolver ecuaciones?

- » **Propósito:** Resolver ecuaciones lineales.
- » **Componentes:** páginas de la 128 a la 131 en el Texto y páginas 54 y 55 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

En la situación 2 de esta lección se introduce una ecuación con coeficientes fraccionarios, algunos estudiantes se sentirán cómodos resolviéndola como está indicado pero es necesario mostrarles otro orden en los pasos y que finalmente ellos elijan cual realizar.

Una de estas formas es eliminar los denominadores como primer paso, el cuidado que se debe tener en este caso es multiplicar por el común denominador cada término de la ecuación, tomando el mismo ejemplo de la lección se tiene:

$$\begin{aligned}\frac{6}{5}x - 1 &= x + \frac{1}{4} \cdot 20 \\ 24x - 20 &= 20x + 5 \quad / -20x + 20 \\ 4x &= 25 \quad / : 4 \\ x &= \frac{25}{4}\end{aligned}$$

En el ejercicio 6 de la página 131 hay más ecuaciones que puede utilizar para mostrar este orden de resolución a los y las estudiantes. También la discusión de **Argumenta y comunica** de la página 129 está dirigida al mismo tema.

Otro hábito de las y los estudiantes es entregar la solución de la forma $x = \underline{\hspace{2cm}}$, siempre la x a la izquierda, como la relación de igualdad es refleja no importa el orden al escribir la solución, esto es importante al resolver ecuaciones e inecuaciones con coeficientes enteros, ya que es aconsejable despejar la x en el miembro de la ecuación en que el coeficiente sea positivo, de esta manera se evitan los posibles errores de signo.

Una posible **discusión matemática** para plantear a los y las estudiantes es si se pueden sumar o restar dos ecuaciones miembro a miembro sin variar la respuesta. Pídale que prueben y luego entreguen una conjetura justificada, con el vocabulario matemático adecuado.

Errores frecuentes

Uno de los errores más frecuentes cometido por los y las estudiantes es multiplicar o dividir solo uno de los términos de la ecuación. Si este es el caso, es conveniente volver a la metáfora de las balanzas, con la cual es fácil imaginar que esta no mantiene el equilibrio si solo se realiza una acción en solo uno de los miembros.

Actividades**Nivel 1**

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

- $2x - 6 = 6$
- $5x - 8 = 12 + x$
- $3(2x + 2) = 2(x + 9)$
- $3(3x + 2) = 2(x + 9) - 19$

Nivel 2

2. Resuelve cada problema planteando una ecuación.

Define claramente la incógnita.

- Si a la edad de Rodrigo se le suma su mitad, se obtiene la edad de Andrea. ¿Cuál es la edad de Rodrigo si Andrea tiene 24 años?
- En un canasto hay 51 manzanas distribuidas en tres bolsas. La primera tiene 9 manzanas menos que la tercera y la segunda tiene 6 más que la tercera. ¿Cuántas manzanas hay en cada bolsa?

Lección 20: ¿Cómo modelar situaciones con inecuaciones?

- » **Propósito:** Modelar situaciones usando inecuaciones lineales.
- » **Componentes:** páginas de la 132 a la 135 en el Texto y página 56 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Antes de comenzar es necesario reforzar el concepto de desigualdad e inecuación. Si bien conocen los conceptos, es posible que tengan dudas por el poco uso que presentan las inecuaciones en estos niveles de educación.

Se sugiere comentar que en muchas ocasiones los y las estudiantes han utilizado los símbolos " $>$ " (mayor que), " $<$ " (menor que), " \geq " (mayor o igual que) y " \leq " (menor o igual que) para describir cómo es la relación entre un número y otro. Estas aplicaciones se conocen como desigualdades.

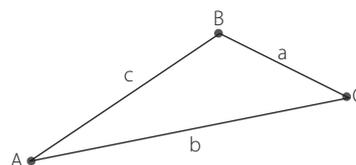
Las y los estudiantes deben reconocer, antes de comenzar a tratar los contenidos de la lección, que una inecuación es una desigualdad que contiene una o más incógnitas.

En esta lección también se muestra el planteamiento de una inecuación en la recta numérica. Es importante notar que esta representación también puede ser utilizada con las ecuaciones.

Información complementaria:

» **Teorema de la desigualdad triangular.**

En todo triángulo la suma de las longitudes de dos lados cualquiera es siempre mayor que la longitud del lado restante como muestra la figura.



$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$

Este teorema fue utilizado, intuitivamente, por los y las estudiantes cuando trabajaron en la construcción de triángulos el año anterior.

Actividades**Nivel 1**

1. Traduce al lenguaje algebraico.

- Cierto número aumentado en tres unidades, es menor que el mismo número aumentado en una unidad.
- El costo de un jabón artesanal más un impuesto de \$ 120, es menor o igual al precio de venta que es \$ 3000.
- Un número disminuido en su inverso multiplicativo, es mayor o igual al mismo número aumentado en doce unidades.

Nivel 2

2. Reúnete con un compañero y planteen un problema para cada una de las siguientes inecuaciones.

- $2000 + x < 10000$
- $2x + 1 > 5$
- $x - 9 \leq 100$

Lección 21: ¿Cómo representar la solución de una inecuación?

- » **Propósito:** Representar inecuaciones lineales.
- » **Componentes:** páginas 136 y 137 en el Texto y página 57 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Para las y los estudiantes puede resultar confuso el que una inecuación, y por tanto el problema que modela, tenga infinitas soluciones.

Para resolver la situación anterior puede pedir que nombren situaciones que tienen más de una única solución, por ejemplo: llamar a un alumno y pedir que se pongan de pie todos los que son más altos o más bajos que él, o puede llevar el aviso del precio de un objeto y que nombren más de uno que sea más caro o más barato.

Información complementaria

En los números reales, existen distintos tipos de intervalos:

- Intervalo abierto: no incluye los extremos. Es de la forma $a < x < b$, o bien, $]a, b[$.

- Intervalo cerrado: incluye ambos extremos. Es de la forma $a \leq x \leq b$, o bien, $[a, b]$.
- Intervalo semiabierto (o semicerrado): incluye uno de los dos extremos.

$$a < x \leq b \text{ o }]a, b] \qquad a \leq x < b \text{ o } [a, b[$$

- Intervalo no acotado: tiene solo un extremo. Se distinguen cuatro casos:

$$x > a \text{ o }]a, \infty[\qquad x < a \text{ o }]-\infty, a[$$

$$x \geq a \text{ o } [a, \infty[\qquad x \leq a \text{ o }]-\infty, a]$$

Errores frecuentes

En este tipo de actividades, los y las estudiantes pueden cometer el error de considerar los puntos límites del intervalo cuando no corresponda (o viceversa).

Recomiende que si tienen dudas, evalúen en esos puntos críticos y comprueben si la respuesta obtenida es correcta o no.

Actividades

Nivel 1

1. Escribe una inecuación que represente cada situación.

- El sueldo de Amalia es \$ 500 000 más horas extras. Si por cada hora extra le pagan \$ 7000, ¿cuántas horas extra debe trabajar para ganar más de \$ 590 000?
- Roberto debe comprar una camisa y un pantalón con \$ 20 000. Si el pantalón cuesta \$ 12 490, ¿cuál es el valor máximo que puede costar la camisa?

Nivel 2

2. Representa gráficamente las siguientes situaciones.

- Números mayores o iguales a -3 y menores que 4 .
- El largo del trozo de madera no supera los 15 cm.

Mural: Contaminación del aire en Chile

- » **Propósito:** Trabajar en equipo en forma proactiva, responsable y siendo respetuoso de las opiniones de otros.
- » **Componentes:** páginas 138 y 139 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

Recuerde que uno de los objetivos de estas páginas es aplicar algunos de los contenidos vistos en las lecciones anteriores, en este caso, las desigualdades y los intervalos de valores. Pero también, el desarrollar una buena actitud en las y los alumnos frente al trabajo en grupo.

Si considera adecuado puede conversar con sus estudiantes sobre otros tipos de contaminación, por ejemplo la

acústica, más información sobre ese tema la puede encontrar en el siguiente enlace:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P065a

Lección 22: ¿Cómo resolver inecuaciones?

- » **Propósito:** Resolver inecuaciones lineales.
- » **Componentes:** páginas de la 140 a la 145 en el Texto y páginas 58 y 59 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Para las y los estudiantes hay tres grandes dificultades en el trabajo con inecuaciones.

En primer lugar es la falta de costumbre de que, en matemáticas, lleguen a un llamado conjunto solución en lugar de una respuesta única. Para trabajar esta dificultad se recomendó presentar situaciones que se pueden encontrar en la sala de clases y que, al cuestionarlos, puedan responder de más de una manera, como por ejemplo, quién tiene mejor promedio que un alumno específico.

Luego está la dificultad de graficar una respuesta. Esto es importante puesto que en la próxima sección se trabajará nuevamente con gráficos. Este tipo de dificultad, se vio en Errores frecuentes de la lección anterior.

La última dificultad es el cambio del sentido de la desigualdad cuando se multiplica o divide por un número negativo. Puede reforzar esta propiedad pidiéndole a los y las estudiantes que nombren opuestos en la recta numérica y que luego establezcan entre cada par de números una relación de orden para finalmente compararlas.

Links de interés

En esta página puede encontrar recursos educativos para inecuaciones.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P065b

Actividades

Nivel 1

1. Resuelve las siguientes inecuaciones:

- $5 - x \leq 12$
- $x - 3 - (2 - x) > 3$
- $7(3 - x) \geq 5$

Nivel 2

- Miguel tenía 30 años cuando nació su hijo Pedro. Determina en qué período de sus vidas la edad de Miguel excede en más de 6 años al doble de la edad del hijo.

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos de esta sección.
- » **Componentes:** páginas 146 y 147 en el Texto y páginas 60 y 61 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

En estas páginas se presentan actividades de cada lección para que las y los estudiantes repasen los contenidos y para que el docente pueda detectar dificultades que puedan tener.

Actividad evaluativa del proceso:

Se recomienda que pida a los y las estudiantes que resuelvan en forma individual los siguientes ejercicios y problemas: 2b, 3a, 4d, 5c y d, 6d, 8d y 9b.

Cuando los y las estudiantes terminen, pídale que compartan los resultados con el resto del curso, teniendo especial cuidado en los errores conceptuales o de ejecución. De esta manera podrá obtener una visión global de los aprendizajes logrados por sus estudiantes y de posibles dificultades.

Resolución de problemas: Usar modelos matemáticos

- » **Propósito:** Desarrollar interés y rigurosidad en la resolución de problemas.
- » **Componentes:** página 148 en el Texto y páginas 62 y 63 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Recuerde que esta actividad está ligada a las presentadas en el Cuaderno de ejercicios. En el texto se presenta desarrollada la estrategia pero en el Cuaderno de ejercicios se aplica y se discute en qué ocasiones es adecuada en cuáles se debe buscar otra y se crean problemas pensando en qué situaciones se pueda utilizar.

En el Texto, solo se presentó un problema para ser resuelto planteando una ecuación, mientras que en el Cuaderno de ejercicios también se incluyen las inecuaciones.

Errores frecuentes

Aproveche el problema de la página 70, del Texto del estudiante, para plantear a los y las estudiantes que muchas veces el problema no está resuelto cuando se resuelve la ecuación correspondiente. En este problema probablemente las y los estudiantes plantearon la ecuación: $(8x - 6) + (2x + 8) = 12$, cuya solución es $x = 1$, pero la pregunta del problema no es el valor de x sino la longitud del lado menor, por lo tanto deberán reemplazar en ambas expresiones, comparar y finalmente responder que el lado menor mide 2 cm.

Al entregar la supuesta solución del problema, pida a sus estudiantes que lean nuevamente la pregunta y comprueben que la están respondiendo con la solución dada.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de esta sección.
- » **Componentes:** página 149 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

Al comienzo de esta sección, en la página correspondiente a *Pienso mis procesos*, se presentó la pregunta ¿Qué concepto representa la balanza en el contexto de las ecuaciones e inecuaciones? Ahora, al finalizar la sección se pide responder ¿Crees que la balanza fue una herramienta útil para tu aprendizaje de la resolución de ecuaciones e inecuaciones?

Pídale a las y los estudiantes que comparen las dos respuestas y que analicen cómo se complementan, también se puede discutir la conveniencia de utilizar metáforas durante el proceso de aprendizaje (en la próxima sección utilizarán una máquina para representar una función) y qué condiciones deben cumplir para dejar de utilizarlas.

Ampliación y profundización didáctica:

El siguiente enlace presenta un artículo sobre el uso de metáforas en el aprendizaje de la matemática.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P066

» Propósito

Modelar situaciones utilizando funciones para lo cual las y los estudiantes necesitan:

- Relacionar la proporcionalidad directa y la función lineal
- Caracterizar funciones lineales y afines.
- Analizar funciones de acuerdo a sus parámetros.
- Graficar funciones

¿De qué se trata?

Las funciones tienen infinitos usos tanto en matemática como en otras áreas, por ejemplo, en la meteorología o en la geografía puede utilizarse la relación entre altura y temperatura presentada al inicio de la sección.

Se inicia el estudio de la función lineal utilizando su relación con la proporcionalidad directa. De esta manera las y los estudiantes podrán aplicar conocimientos previos en una situación nueva, por ejemplo darle un nuevo significado a la constante de proporcionalidad que ellos saben calcular.

En este curso las y los estudiantes comenzarán a aprender algunos tipos de funciones: función lineal y función afín. Se espera que sean capaces de modelar situaciones utilizando funciones y que caractericen las funciones lineales y afines identificando sus parámetros. Además, los estudiantes deberán identificar y representar gráficos de funciones, de forma manual o con software.

El currículo plantea cuatro habilidades para que las y los estudiantes desarrollen, una de ellas es modelar, específicamente se espera que ellos usen modelos, comprendan sus reglas y los apliquen; sepan seleccionar modelos dependiendo de fenómenos extraídos de la realidad y sean capaces de ajustar los modelos variando sus parámetros. Los contenidos de esta sección presentan el contexto perfecto para el desarrollo de esta habilidad.

Pienso mis procesos

Las preguntas planteadas en esta sección se dirigen a dos planos. El primero es un plano matemático, por ejemplo, en la primera pregunta donde se utiliza la metáfora de las máquinas para representar una función.

El segundo plano está dirigido a que las y los estudiantes enfrenten la sección conscientes de los procesos mentales que se relacionan con sus aprendizajes.

Respecto a la última pregunta, sobre programas computacionales para graficar funciones, hay una gran variedad de estos. Sin ir más lejos, el GeoGebra que se ha utilizado frecuentemente para geometría, es adecuado también para graficar funciones, las hojas de cálculo como Excel y otras herramientas que se pueden encontrar para trabajar en línea en Internet.

¿Qué debo saber?

Para enfrentar nuevos contenidos con éxito es muy importante que las y los estudiantes sientan seguridad sobre los anteriores. Por ello antes de comenzar las lecciones de esta sección se recomienda comprobar que sus estudiantes dominan los contenidos referidos a proporcionalidad directa y plano cartesiano.

Actividades

1. Describe con tus palabras qué condiciones deben cumplir dos variables para que se relacionen en forma directamente proporcional.
2. Las reglas A y B, del mismo largo, están graduadas con diferentes unidades, la primera está dividida en 300 partes y la segunda en 200. Si un objeto se mide con la regla A llega hasta la marca 42. Si se mide el mismo objeto con la regla B, ¿hasta qué marca llega?
3. En el problema anterior las unidades de medida de A y B son directamente proporcionales, ¿cuál es la constante de proporcionalidad?
4. Escribe una fórmula que relacione las variables A y B del problema 2.

Lección 23: ¿Cómo relacionar la proporcionalidad directa y la función lineal?

- » **Propósito:** Relacionar la proporcionalidad directa con la función lineal.
- » **Componentes:** páginas de la 154 a la 157 en el Texto y página 64 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Un concepto importante que los y las estudiantes deberán manejar durante toda esta sección es la constante de proporcionalidad. En la lección se calcula como $\frac{A}{J}$, lo cual deja a la variable J como independiente y A como dependiente, algún estudiante puede preguntar por qué no se calcula el cociente en el orden contrario, la respuesta es que el orden es arbitrario, depende del contexto del problema, lo importante es entender el significado de la constante en cada caso.

Lo anterior se puede llevar a un ejemplo más cercano a los y las estudiantes. Las variables son el costo C del pan y x la cantidad de pan en kilogramos. Se sabe que 3 kg de pan cuestan \$ 1800, la constante se puede calcular como:

$$\bullet \frac{C}{x} = \frac{1800}{3} = 600 \Leftrightarrow C = 600x$$

Esta relación nos responde la pregunta ¿cuál es el costo que se debe pagar por cada kilogramo de pan?

$$\bullet \frac{x}{C} = \frac{3}{1800} = 0,001\bar{6} \Leftrightarrow x = 0,001\bar{6} C$$

Ahora la pregunta correspondiente sería ¿cuántos kilogramos de pan se pueden comprar con \$ 1?

Información complementaria:

Una variable dependiente es aquella cuyo valor es determinado por el valor de otra variable. Se suele representar con la letra y, en un gráfico, va en el eje de las ordenadas (vertical). La variable independiente se suele representar con la letra x y va en el eje de las abscisas (horizontal).

Actividades**Nivel 1**

1. Con 6 litros de pintura se pueden pintar hasta 40 m² de pared. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 96 m²?
2. En una ferretería 125 m de alambre cuestan \$ 32 025. ¿Cuánto cuestan 80 m? ¿Y 5 m?

Nivel 2

3. A y B son dos variables directamente proporcionales. Completa la tabla.

B	16		40	58
A	2	3		
Cte.				

Establece una función que represente la relación entre A y B.

Lección 24: ¿Cómo representar y analizar una función lineal?

- » **Propósito:** Representar y analizar la función lineal.
- » **Componentes:** páginas de la 158 a la 163 en el Texto y páginas 65 y 66 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

La lección muestra algunas de las diferentes representaciones de una función, aplicadas en este caso a la función lineal.

Se parte de la metáfora de la máquina y se sube poco a poco el nivel de abstracción pasando por el diagrama sagital para terminar con la representación gráfica que implica una visión geométrica del problema. El ritmo de la clase deberá obedecer a la capacidad de abstracción que muestren los y las estudiantes.

Es importante que las y los estudiantes se acostumbren al vocabulario matemático correcto, por ello se recomienda, por ejemplo en las actividades de diagramas sagitales, hablar de dominio, recorrido y sus elementos pre imágenes e imágenes respectivamente.

En la lección no se presenta las tablas como representación puesto que se vieron en la lección anterior, pero si se incluyen en los ejercicios de repaso en la página 162. Es importante que las y los estudiantes se den cuenta que, como para definir una recta se necesitan solo dos puntos y el (0, 0) siempre es uno de ellos, solo necesitan un punto más para graficar una función lineal.

Información complementaria:

Función constante, es una función de la forma $f(x) = b$, donde b es un valor constante. Por ejemplo, $f(x) = 3$. El dominio es el conjunto de los números reales y el recorrido es {3}. La gráfica de una función constante es una recta horizontal paralela al eje X.

Links de interés

Generador de gráficas de funciones en líneas.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P067a

Ampliación y profundización didáctica:

En la red Maestros de maestros podemos encontrar un artículo que presenta una visión crítica de las clases de matemáticas, apoyada por las investigaciones del profesor Araya de la Universidad de Chile.

Uno de los puntos clave es el uso de ejemplos adecuados, o metáforas, que deben utilizarse al introducir nuevos contenidos de manera de optimizar el aprendizaje.

Más información sobre el tema en:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P067b

Actividades**Nivel 1**

1. Identifica si las siguientes funciones son lineales.

- $f(x) = 5x$
- $f(x) = x - 3$
- $f(x) = -0,5x$
- $f(x) = \frac{1}{5}x$

Nivel 2

2. Ubica los siguientes puntos en el plano cartesiano.
¿Qué figura se forma?

- $(-4, -5), (-11, 2), (-11, 5), (-9, 7), (-6, 7),$
 $(-4, 5), (-2, 7), (1, 7), (3, 5), (3, 2)$

Lección 25: ¿Cómo definir una función afín?

- » **Propósito:** Definir la función afín.
- » **Componentes:** páginas de la 164 a la 167 en el Texto, páginas 67 y 68 del Cuaderno de ejercicios y actividad en el RDC.

Orientaciones didácticas:

Se define la función afín a partir de la lineal, como una traslación de esta.

Desde el punto de vista de las y los estudiantes, todas las aplicaciones de las variables directamente proporcionales se modelan con la función lineal pero se puede explicar que el momento de inicio de la observación del fenómeno no coincide con el inicio del fenómeno.

En el ejemplo del Texto, el crecimiento del árbol se puede describir a través de una función lineal, en el momento que brota el árbol, corresponde a $(0, 0)$ pero la trabajadora comienza a observar el fenómeno cuando el árbol ya mide 5 cm, por lo tanto se puede decir que el primer punto observado corresponde a $(0, 5)$. Por eso, se utiliza la función afín correspondiente.

En la lección 24 se indicó que la función lineal recibe ese nombre porque cumple con dos propiedades. Ninguna de ellas se cumplen con la función afín, como se muestra a continuación para la función $f(x) = mx + n$.

- $k \cdot f(x) = f(kx)$
 $k \cdot f(x) = k(mx + n) = kmx + kn$
Por otra parte,
 $f(kx) = kmx + n$
 $kmx + kn \neq kmx + n$
- $f(x_1) + f(x_2) = f(x_1 + x_2)$
 $f(x_1) + f(x_2) = mx_1 + n + mx_2 + n$
 $= m(x_1 + x_2) + 2n$

Por otra parte,

$$f(x_1 + x_2) = m(x_1 + x_2) + n$$

$$m(x_1 + x_2) + 2n \neq m(x_1 + x_2) + n$$

Errores frecuentes

Los estudiantes se pueden confundir con el uso de las letras de los parámetros. Normalmente se trabaja con la fórmula $y = ax + b$ o $y = mx + n$, insista que lo importante son los conceptos de pendiente y de intercepto más que las letras en sí.

Links de interés

Crucigrama de conceptos relativos a funciones lineales y afines.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P069a

Mapa conceptual para completar relativo a funciones lineales.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P069a

Actividades**Nivel 1**

1. Identifica si los siguientes puntos pertenecen a la función definida por $f(x) = x + 1$.

- $A(3, 4)$
- $B(-5, -4)$
- $C(-1, 1)$
- $D(0, -1)$

Nivel 2

2. Expresa las siguientes funciones de la forma $y = ax + b$. Luego determina la pendiente a y el término libre b (coeficiente de posición).

- $f(x) = 2(3x - 4)$
- $f(x) = 3 + 2(x + 4)$
- $f(x) = 0,4(x + 5)$
- $f(x) = 3x + 4(x - 2) - 2(x + 4)$

Lección 26: ¿Cómo interpretar los parámetros de una función afín?

- » **Propósito:** Describir y caracterizar la función afín.
- » **Componentes:** páginas de la 168 a la 171 en el Texto y página 69 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Para determinar los parámetros de la función afín, esta se muestra en el Texto como una resolución de un sistema de ecuaciones, reemplazando los valores dados o extraídos del gráfico.

Para algunos estudiantes puede resultar más claro calcular primero la pendiente de la forma que se muestra en la página 169 y luego, dado ese valor, encontrar el valor correspondiente del intercepto. Para ellos puede ser útil el siguiente esquema.

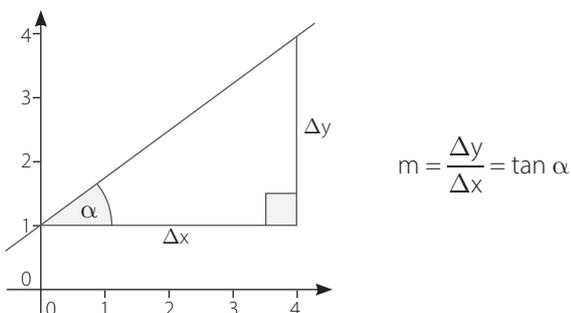
$$y = mx + n$$

$x_1 \neq x_2$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad n = y - mx$$

Ampliación y profundización disciplinaria:

Desde la trigonometría se puede interpretar la pendiente de la recta como la tangente del ángulo formado por la recta y el eje X, como muestra la figura.



En el ejemplo de la figura se tiene: $\tan \alpha = \frac{3}{4} \rightarrow \alpha = 36,9^\circ$, es decir la recta forma un ángulo de aproximadamente 37° con el eje X.

En el lateral de la página 168 del Texto, se pregunta si los puntos elegidos para calcular los parámetros pueden ser otros. Es importante que las y los estudiantes puedan ver que se pueden elegir dos puntos cualquiera, en el caso del ejemplo, se podrían utilizar los puntos (2, 3) y (4, 4).

En la página 169 se analizan las variaciones de Δx y Δy , asegúrese que las y los estudiantes puedan hacer la siguiente conexión:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

Links de interés

Generador de gráficas de funciones en línea.
<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P070

Actividades**Nivel 1**

1. El plan mensual de telefonía de Marcela incluye 100 minutos a cualquier compañía por \$20 000. Si ella ocupa más minutos en el mes, se cobrará \$150 por cada minuto adicional.

a. Completa la tabla según los valores dados.

Minutos utilizados (m)	Valor a pagar (P)
100	20 000
105	
	27 500
170	
200	
	38 000

b. Plantea una función para calcular el valor a pagar en un mes.

Nivel 2

2. Escribe cada expresión como $y = ax + b$. Luego, identifica la pendiente en cada caso y determina si la función definida es creciente o decreciente.

- $y + 5 = x - 3$
- $2x - 25 = -2y - 3$
- $y + 4 = \frac{1}{6}x + 1$
- $2x - 3 + y = 5(x + y - 4)$

Lección 27: ¿Cómo analizar y graficar una función afín?

- » **Propósito:** Analizar y graficar la función afín.
- » **Componentes:** páginas de la 172 a la 175 en el Texto y páginas 70 y 71 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

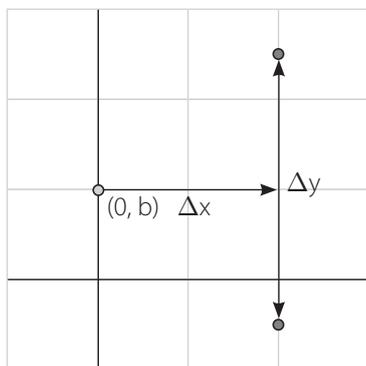
En la situación 1 de esta lección, página 172, se plantea que cada función lineal (o afín) tiene asociada dos inecuaciones de tal manera que cualquier punto del plano será solución de una de las tres regiones, es decir ese punto pertenecerá a la recta, la región definida sobre la recta o la región bajo la recta. En este momento el estudio de las inecuaciones de dos variables no es parte del currículo nacional.

Enseguida las y los estudiantes pudieron graficar, valorando la función, determinando de esa forma dos puntos y dibujando la única recta que los contiene.

Por otra parte, lo que muestra la situación 2, página 173, es graficar la función afín utilizando sus parámetros. Si la función es $y = ax + b$, se determina en primer lugar el punto $(0, b)$ y desde ahí se determina el segundo punto dependiendo del valor de la pendiente, como muestra la imagen.

Es útil practicar con los y las estudiantes el marcar un punto cualquiera en el plano cartesiano, y dar una pendiente, por ejemplo $-\frac{2}{3}$, y que las y los estudiantes indiquen 3 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo.

Muéstrele a las y los estudiantes que también pueden, en el caso anterior, poner 3 unidades hacia la izquierda y 2 unidades hacia arriba, considerando el signo menos en el denominador.



Errores frecuentes

Un error típico de los y las estudiantes es con el manejo de la pendiente cuando esta es negativa. Este error corresponde a la interpretación de una fracción negativa, muchos estudiantes piensan que en una fracción del tipo $-\frac{3}{4}$, ambos, el 3 y el 4 son negativos. Recuérdelos que si ese fuera el caso la fracción sería 0,75 y no $-0,75$ que es equivalente a la fracción dada.

Links de interés

Explicación y ejemplos de gráficas de funciones lineales y afines.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P071a

Otra dirección de graficadores en línea es

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P071b

Actividades

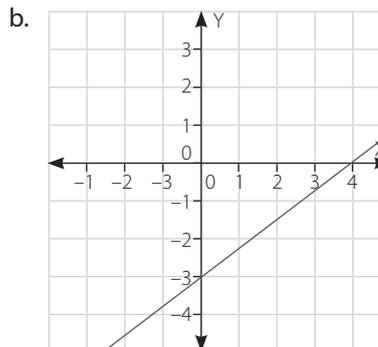
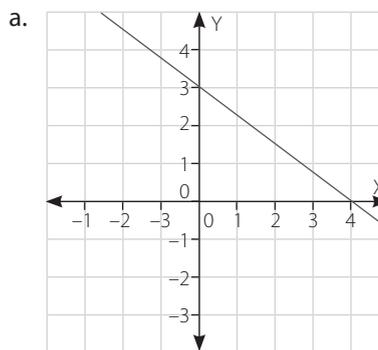
Nivel 1

1. Calcula el valor de la incógnita a en cada caso, sabiendo que cada pareja de puntos pertenece a una recta de pendiente -1 .

- $(2, 3), (0, a)$
- $(0, 5), (a, 7)$
- $(12, a), (-4, -2)$
- $(a, -1), (-4, 7)$

Nivel 2

2. Identifica la función representada en cada caso.



Lección 28: ¿Cómo modelar situaciones usando las funciones afín o lineal?

- » **Propósito:** Modelar situaciones usando las funciones afín y lineal.
- » **Componentes:** páginas 176 y 179 en el Texto y páginas 72 y 73 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En esta lección, la última de la sección, los y las estudiantes aplican las funciones y sus elementos a la resolución de problemas.

Se sugiere comenzar con una síntesis de los contenidos referentes a funciones utilizando gráficas y esquematizaciones de los conceptos más relevantes.

El problema inicial muestra cómo muchas situaciones en las ciencias naturales pueden ser relacionadas con funciones.

Solicite a los estudiantes que propongan más ejemplos, para luego escoger aquellos casos que puedan ser modelados con funciones afines o lineales. Pida a otro estudiante que plantee la función correspondiente de los casos modelados.

Habilidades y/o actitudes:

En esta unidad se dio especial relevancia a la habilidad de modelar ya que, según las Bases Curriculares, “el objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos.”

En esta y las lecciones anteriores el objetivo fue que las y los estudiantes construyeran un modelo para resolver un problema. Por lo cual se recomienda darles a los y las estudiantes el tiempo necesario para trabajar las actividades de estas páginas y su complemento en el Cuaderno de ejercicios.

Links de interés

Actividad interactiva para el refuerzo de funciones y sus gráficas.

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P072

Actividades

Nivel 1

1. Plantea una función para ayudar a los comerciantes:

- Joaquín tiene una fotocopiadora. Cada copia cuesta \$12.
- Marta vende chocolates, cada uno cuesta \$160.
- Manuel realiza soporte computacional y su tarifa es 1 UF por hora. (Utiliza el valor de la UF 24 799).
- Ulises estaciona autos, el valor por minuto es \$80 más un cargo fijo de \$350.

Nivel 2

2. Crea una situación para cada una de las siguientes funciones:

- $f(x) = 30x + 120$
- $f(x) = 1\,800x + 12\,000$
- $f(x) = x - 10\,000$

3. Sandra es agente de telemarketing. Su sueldo se calcula considerando: una base de \$ 201 000, un bono mensual de \$ 40 000 y una comisión por venta de \$ 12 000 por cada producto vendido. Analiza la situación y plantea una función para el cálculo de su sueldo mensual.

Mural: Energía eléctrica, ¿cuántos kilowatt-hora consume tu hogar?

- » **Propósito:** Trabajar en equipo de forma proactiva, responsable y siendo respetuoso de las opiniones de los otros.
- » **Componentes:** páginas 180 y 181 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

Se sugiere que al organizar los grupos de trabajo que realizarán la actividad de estas páginas, éstos no sean muy numerosos, no más de cuatro estudiantes por grupo. También se sugiere que cada miembro del grupo tenga asignada una tarea específica, de esta forma se asegurará que todos se involucren en el trabajo.

Antes de comenzar dedique algunos minutos para conversar con sus estudiantes sobre el significado de ser proactivo, y cómo los y las estudiantes interpretan el tener una actitud responsable y respetuosa en el trabajo en grupo.

Nuestro país ha sufrido de sequía durante los últimos años, por lo que podría plantear a sus estudiantes un trabajo como el de estas páginas, pero a largo plazo, que tenga como objetivo el ahorro de agua en sus hogares.

Información complementaria:

Algunos estudiantes pueden notar que en las funciones lineales o afines que representan costo, al calcular un valor deben redondear al peso más cercano, por lo tanto pueden concluir que el modelo no representa exactamente la realidad.

Al trabajar con modelos matemáticos, se utilizan los datos obtenidos de la realidad y se define el modelo. Este debe contrastarse con los datos y si no se obtiene la precisión deseada se debe modificar, produciendo así un ciclo hasta que se logre el resultado propuesto.

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos de la sección.
- » **Componentes:** páginas 182 y 183 en el Texto y páginas 74 y 75 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Antes de comenzar con las actividades de estas páginas, pida a los y las estudiantes que realicen un resumen de los contenidos de la sección en la pizarra discutiendo los puntos esenciales de cada uno.

Recuerde que esta actividad se complementa con el Cuaderno de ejercicios, en el cual los estudiantes encontrarán actividades correspondientes a cada lección con los datos más relevantes de cada una.

Actividad evaluativa del proceso.

Se sugiere organizar el trabajo de tal manera que los ejercicios y problemas 1. a; 3. c; 4; 5. b; 8; 11. a y b; 14, sean resueltos en la pizarra, detectando las posibles dificultades que puedan presentar las y los estudiantes.

Resolución de problemas: Usar modelos matemáticos.

- » **Propósito:** Abordar de manera flexible la resolución de problemas.
- » **Componentes:** página 184 en el Texto y páginas 76 y 77 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

En la primera unidad del texto se relevó la habilidad de resolución de problemas, pero el desarrollo de todas las habilidades matemáticas es transversal a todos los contenidos, por ello esta sección se presenta a lo largo de todo el texto.

Recuerde que el objetivo es que cada estudiante cree una batería de estrategias de resolución de problemas y sea capaz de seleccionar la más adecuada, o modificar una o más de ellas, para enfrentar una situación nueva.

En el Texto se muestra un ejemplo continuando el trabajo en el Cuaderno de ejercicios. En este último las y los estudiantes deberán enfrentar situaciones nuevas permitiéndoles discriminar aquellas que se ajustan al modelo presentado.

Información complementaria:

La escala de temperatura que se presenta en la actividad fue creada en 1724 por el científico Daniel Gabriel Fahrenheit, creador del termómetro de agua y de mercurio.

Más información en:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P073

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de esta sección.
- » **Componentes:** página 185 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Recuerde que el objetivo último de esta página es que los y las estudiantes “aprendan a aprender”, por lo tanto el ejercicio propuesto es que revisen algunos contenidos pero desde el punto de vista de cómo fue el proceso de entenderlos más que los contenidos en sí mismos.

Puede resultarles adecuado que un estudiante responda en voz alta y sus compañeros y compañeras complementen la respuesta con sus propias experiencias.

Las preguntas que aparecen en la página son solo sugerencias. Puede agregar otras como por ejemplo:

- Al trabajar con las funciones lineal y afín se manejaron dos lenguajes, el algebraico y el geométrico, ¿cuál les resultó más claro? ¿Por qué?
- Algunas lecciones fueron contextualizadas alrededor de situaciones de la vida diaria y otras más matemáticas, ¿Cuáles fueron más fáciles de comprender? ¿Por qué?

Sintetizo mis aprendizajes

La primera actividad, los mapas conceptuales, se recomienda realizarla con la correspondiente a la sección 4, en parejas de estudiantes. Luego un estudiante sale a la pizarra para que compañeros y compañeras lo complementen si es necesario. Luego de ese ejercicio, las parejas podrán realizar los mapas correspondientes a las otras secciones, siempre con una puesta en común final.

La segunda actividad, *¿Cómo se hace?*, también puede ser realizada en parejas. Pida a las y los estudiantes que respondan en forma individual las preguntas correspondiente a la sección 4 y escriban dos más. Luego deben comparar sus respuestas e intercambiar las nuevas preguntas para responderlas en conjunto, una vez finalizadas las preguntas de esa sección, pueden pasar a las siguientes. Aproveche esta instancia para responder posibles dudas de sus estudiantes.

Aprovechando la segunda actividad, puede pedir que cada pareja de estudiantes cree un problema para cada sección y los intercambie con sus compañeros y compañeras. Acompañe el cierre de unidad con la actividad del RDC.



Refuerzo mis aprendizajes

En esta sección las y los estudiantes encontrarán actividades de los tres temas centrales de la Unidad, esto es, expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones y funciones lineal y afín.

Proponga que esta sección se trabaje en forma individual, pero permita que cada estudiante pueda consultar el trabajo que realizó en la sección anterior, Sintetizo mis aprendizajes. De esta manera, podrán resolver dudas y dificultades por sí mismos.

Planifique el tiempo de la actividad de manera que al finalizar cada estudiante pueda intercambiar su trabajo con un compañero o compañera, comparen sus respuestas y corrijan su trabajo.

Recuerde que en el Cuaderno de ejercicios se presenta, al final de cada sección, páginas de repaso con consejos para estudiar cada contenido. Esto puede ser útil como repaso o reforzamiento para los y las estudiantes que lo consideren necesario.

Si considera necesario, puede relacionar los contenidos de una sección con otra, por ejemplo en el ejercicio 2, de la página 187. Preguntar qué valores puede tomar la variable en el contexto dado, para que las y los estudiantes relacionen expresiones algebraicas con inecuaciones.

¿Qué aprendí?

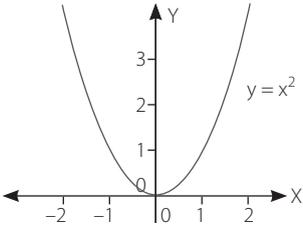
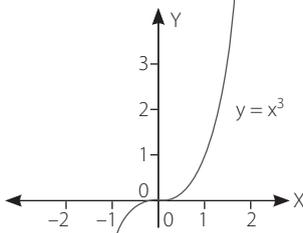
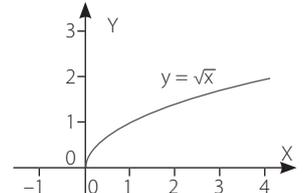
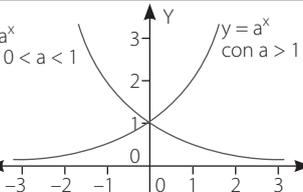
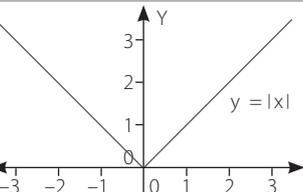
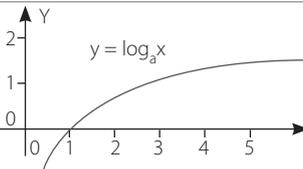
Las actividades de esta sección presentan ejercicios y problemas que abarcan todos los contenidos trabajados en las tres secciones de esta unidad. Se recomienda que esta sección sea trabajada en conjunto con el Cuaderno de ejercicios, páginas 78 y 79.

Las actividades de estas páginas están pensadas para que cada estudiante las responda en forma individual. Completando la tabla de autoevaluación de la página 191, cada estudiante pueda determinar sus niveles de logro.

Todas las preguntas que tienen puntajes igual a un punto serán corregidas por cada estudiante. Para el resto puede publicar las tablas del Anexo 2 de esta guía. En este anexo también encontrará una tabla de cotejo para las habilidades trabajadas.

Otros tipos de funciones

En esta unidad las y los estudiantes trabajaron las funciones lineal y afín, tanto sus expresiones algebraicas como sus gráficos. Pero el estudio de las funciones no se detiene en este nivel, durante la Educación Media estudiarán otras funciones como las que se muestran a continuación.

<ul style="list-style-type: none"> • Función cuadrática, su expresión algebraica es $y = x^2$. En general, todas las funciones del tipo $y = x^n$, con n un número natural par tienen por gráfica una curva parecida a una parábola. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Función cúbica, $y = x^3$. Igual que en el caso de la función cuadrática, todas las funciones del tipo $y = x^n$, con n un número natural impar tienen una gráfica semejante a la que se muestra. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Función raíz cuadrada, $y = \sqrt{x}$, cuyo dominio y recorrido es el conjunto de todos los reales mayores o iguales a cero. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Función exponencial, $y = a^x$. Si $a > 1$, la función es creciente, por el contrario, si $0 < a < 1$, la función es decreciente. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Función valor absoluto, $y = x$. El concepto de valor absoluto se ha visto con las y los estudiantes en el trabajo con números enteros, pero no como una función. 	
<ul style="list-style-type: none"> • Función logarítmica, $y = \log_a x$. Esta función tiene dominio en el conjunto de los reales mayores que 0 y recorrido, todos los reales. Además, la base debe ser mayor que cero y distinta de uno. 	

La función lineal se introdujo en este nivel desde el punto de vista de la modelación de la proporcionalidad directa. De igual manera en los niveles de Educación Media se estudian otras funciones sin perder de vista

su rol modelador. Por ejemplo, las funciones exponenciales modelan los crecimientos o decrecimientos de poblaciones, la función cuadrática modela la trayectoria de lanzamientos.

Desarrollo del razonamiento algebraico

Las Bases Curriculares establecen que en nuestro país se trabaja el eje de álgebra desde 1.º año de Educación Básica. Es decir, con niños y niñas de seis años, los cuales a través de generalizar resultados y encontrar patrones, trabajan algebraicamente. Una de las tareas algebraicas elementales es la resolución de ecuaciones e inecuaciones, tarea que antes comenzaba en los cursos superiores, pero que hoy en día se presenta en 4.º año de Educación Básica.

Cada vez es más frecuente encontrar currículos de diferentes países u organizaciones que proponen el desarrollo del razonamiento algebraico elemental desde los primeros niveles educativos, pero junto con eso también se presenta un desafío al profesor de Educación Básica para que conozca qué es el razonamiento algebraico y de qué manera puede preparar sus clases adecuadas a esa realidad.

Es muy importante reconocer lo que los didácticos de la matemática parecen estar de acuerdo, esto es, que desarrollar el álgebra desde los primeros años de enseñanza no significa dictar un curso de esta materia, sino que el estudio de los patrones numéricos y geométricos, la determinación de reglas generales y el reconocimiento de estructuras isomorfas.

Algunos autores, como Juan Godino de la Universidad de Granada, proponen que existe un continuo desde la aritmética al álgebra y en ese continuo se pueden distinguir niveles de desarrollo del álgebra.

Subyacente a la inclusión del álgebra está la idea de la modelación matemática para la cual esta es una herramienta necesaria. La modelación está presente en cualquier tipo de análisis de las respuestas y en los métodos de resolución de problemas.

Se recomienda, por lo tanto, el artículo Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar, que puede encontrarse en <http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P076a

En la quinta sección del artículo, se analizan diferentes tareas clasificándolas según el nivel de desarrollo del álgebra con las que puedan ser trabajadas, de manera que los profesores podamos planificarlas, produciendo un pasaje fluido para los estudiantes. Esta clasificación se hace según cuatro criterios fácilmente identificables en actividades matemáticas en la sala de clase.

Del mismo autor se puede encontrar el artículo Análisis de problemas escolares sobre razonamiento algebraico en primaria, el cual nos plantea que el razonamiento algebraico, que se entiende como representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades, está en el centro del estudio de la matemática, puesto que todas sus ramas tienen como objetivo el formalizar y generalizar.

Respecto al estudio de las funciones, nos dice que éste se debe centrar en el trabajo de relaciones y sus representaciones, por medio de contextos significativos para las y los estudiantes, evitando centrar el trabajo en las definiciones, dominios y recorridos.

En el punto 10.2 del artículo, se refiere específicamente al estudio de la función lineal, representando la proporcionalidad directa. Muestra la versatilidad de esta función como herramienta de modelación de un sinnúmero de fenómenos cercanos a los y las estudiantes.

Este segundo artículo al que nos referimos se puede encontrar en:

<http://codigos.auladigital.cl>, código GM8P076b

Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

Los buses interurbanos

Para esta actividad necesitarás papel milimetrado, lápices de colores y regla.

Muchas personas que viven en Pueblo Antiguo van a trabajar a Pueblo Nuevo. La distancia entre ambos pueblos es 80 km, pero hay un buen sistema de buses interurbanos que unen ambas localidades.

Se cuenta con tres líneas de buses interurbanos que tienen distintos horarios, costo y tiempo que se demoran en el viaje, como muestra la siguiente tabla. El primer bus de cada línea parte a las 6:00 horas.

Línea	Costo (\$)	Tiempo de viaje (h)	Frecuencia (minutos)
A	700	1,6	20
B	900	1,3	30
C	1200	0,8	40

1. Escribe las funciones que describen la rapidez y el costo de los buses.

2. En una hoja de papel milimetrado dibuja las tres funciones que se refieren a la rapidez de los buses y en otra el costo.

3. Bárbara toma cada día un bus de la línea A, Rebeca viaja en la línea B y Juan lo hace en la línea C. Con la información dada, den una razón que cada uno podría tener para justificar sus elecciones.

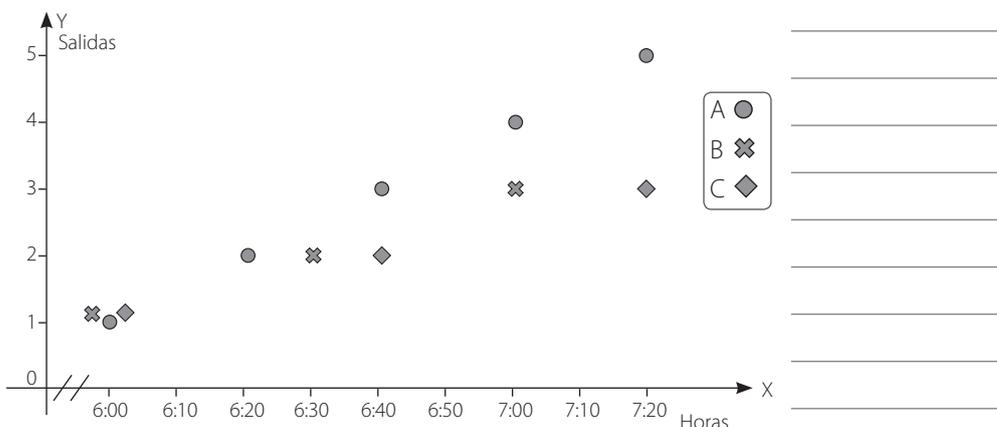
Bárbara: _____

Rebeca: _____

Juan: _____

4. Si ustedes vivieran en Pueblo Antiguo y entrarán a trabajar a las 7:30 en Pueblo Nuevo, ¿qué bus tomarían? ¿Por qué?

5. Observen el siguiente gráfico sobre las 3 líneas de buses y expliquen lo que representa.



Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

I. Marca la alternativa que consideres correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $3x + 5ab - 3y + 10y + 8ab + 3x$?

- A. $6x + 3ab + 7y$
- B. $6x + 13ab + 7y$
- C. $x + 13ab + 13y$
- D. $10x + 13ab + 13y$

2. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la factorización de $x^2 - 5x - 6$?

- A. $(x - 3)(x - 2)$
- B. $(x - 3)(x + 2)$
- C. $(x - 6)(x + 1)$
- D. $(x + 6)(x - 1)$

3. La expresión equivalente más reducida de $2a(ab + 3b) - a(a - 5b) - ab^2$ es:

- A. $a^2b - a^2 + 11ab$
- B. $2a^2b - a^2 + 11ab$
- C. $2a^2b - a^2 + ab - ab^2$
- D. $2a^2b - a^2 + 11ab - ab^2$

4. ¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?

- A. $(x + y)^2 = x^2 + y^2$
- B. $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$
- C. $3x(2x \cdot 4y) = 6x^2 + 12xy$
- D. $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 6x + 5$

5. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $(x - 1)^2$?

- A. $x^2 + 1$
- B. $x^2 - 1$
- C. $x^2 + 2x + 1$
- D. $x^2 - 2x + 1$

6. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la gráfica de la función $f(x) = -8x$?

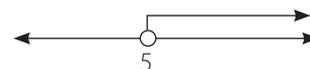
- A. $(9, -72)$
- B. $(-72, 9)$
- C. $(-9, -72)$
- D. $(-72, -9)$

7. ¿Qué producto es equivalente a la siguiente expresión? $4a^2b + 3ab - 2a^3b^2 + 3a^2b + 8ab^2$

- A. $2ab(2a + 3 - a^2b + 4b)$
- B. $ab(7a + 3 - 2a^2b + 8b)$
- C. $ab(4ab + 3 - 2a^2b + 4a)$
- D. $7a^2b + 3ab - 2a^2b^2 + 8ab^2$

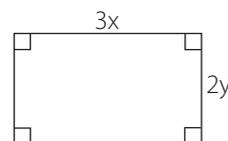
8. Identifica la relación representada en la gráfica.

- A. $x > 5$
- B. $x < 5$
- C. $x \geq 5$
- D. $x \leq 5$



9. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de la siguiente figura?

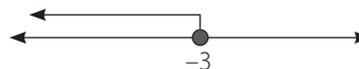
- A. $6xy$
- B. $12xy$
- C. $3x + 2y$
- D. $6x + 4y$



10. Si $\frac{1}{3}x = 9$, para obtener el valor de x se debe:

- A. Sumar 3.
- B. Multiplicar por 3.
- C. Dividir por 3.
- D. Multiplicar por $\frac{1}{3}$.

11. ¿Qué inecuación presenta la solución mostrada en la imagen?



- A. $x - 1 \geq 2x + 2$
- B. $x - 9 \leq 2x - 6$
- C. $2x + 6 \geq x + 3$
- D. $3x \leq 3 + 2x - 1$

12. El perímetro de un cuadrado es $8x$. ¿Cuál es el área del cuadrado?

- A. $2x^2$
- B. $4x^2$
- C. $16x^2$
- D. $64x^2$

13. "La temperatura ambiente es mayor que 5°C y como máximo llega a los 20°C ". ¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a esta situación?

- A. $5 \leq x < 20$
- B. $5 < x \leq 20$
- C. $5 < x < 20$
- D. $5 \leq x \leq 20$

II. Resuelve los siguientes ejercicios y problemas

1. Completa con la solución pedida:

a. $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = x - 3$

b. $2x - 4 = -8$

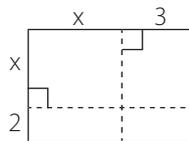
c. $2x + 4 \geq 3 + x$

2. Escribe la ecuación que representa cada situación y resuélvela:

- a. El doble de la edad de Francisca disminuida en cinco años es trece. ¿Cuál es la edad de Francisca?

R: _____

- b. Si el perímetro es 20 cm, ¿cuál es el área del siguiente rectángulo?



R: _____

- c. El perímetro de un rectángulo es 16 cm, su ancho es 5 cm, ¿cuál es el largo?

R: _____

- d. Juan tiene 5 dulces y un número x de chocolates dentro de una caja. Si tiene 8 cajas iguales y tiene 120 golosinas, ¿cuántos chocolates tiene Juan?

R: _____

3. Determina si la afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica tu respuesta.

- a. _____ Si $f(x) = 2x + 3$; y $f(x) = -5$; entonces $x = 4$?

R: _____

- b. _____ En $f(x) = ax + b$, la pendiente está representada por b .

R: _____

- c. _____ Si el número p está entre -8 y -2 , entonces $(p + 3)$ está entre -5 y 1 .

R: _____

- d. _____ Si el perímetro de un cuadrado es $8x$, su área es $4x$.

R: _____

Considera la siguiente tabla para responder las preguntas 4 y 5.

x	1	2	3
y	1,6	2,2	2,8

4. ¿Qué función modela los datos de la tabla?

R: _____

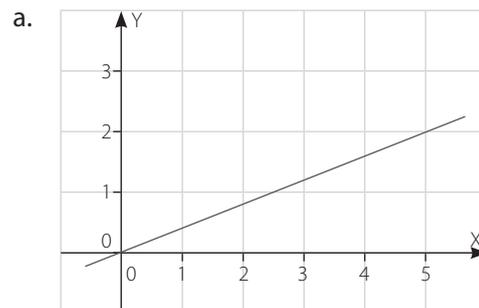
5. Si $x = 5$, ¿cuál es el valor de y ?

R: _____

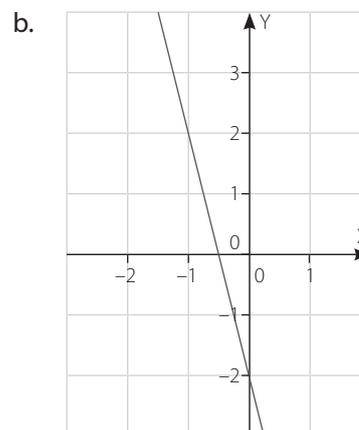
6. Completa la tabla evaluando cada función.

	$p(b) = 2b - 3$	$f(x) = 4x + 1$	$q(t) = \frac{2}{5}t$
-1			
0			

7. Identifica las funciones representadas en cada gráfico.



R: _____



R: _____

III. Resuelve los siguientes problemas, mostrando el desarrollo.

1. En un estacionamiento se cobra \$500 por la primera media hora y \$50 pesos por cada minuto adicional. ¿Qué función define el valor a pagar por un vehículo que estaciona x minutos?

R: _____

2. La relación $F = 1,8C + 32$ expresa la equivalencia entre grados Celsius (C) y grados Fahrenheit (F). La temperatura de ebullición del agua es $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. ¿Cuál es la temperatura de ebullición del agua en la escala Fahrenheit?

R: _____

3. Felipe debe recorrer más de 250 km, y su auto gasta 1 L cada 20 km. Determina una inecuación que permita calcular cuántos litros necesita como mínimo.

R: _____

4. Si la gráfica de una función afín tiene pendiente -2 e interseca al eje X en $(2, 0)$ y al eje Y en $(0, 4)$. ¿Qué función representa dicha gráfica? Dibújala.

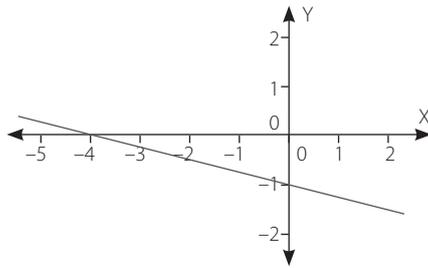
R: _____

5. Un camión puede cargar como máximo 5892 kg. Si se le agrega una carga que pesa el 33 % de lo que puede llevar, ¿cuántos kilogramos como máximo se le pueden agregar?

R: _____

I. Elige la opción correcta en cada pregunta.

1. ¿Qué función está representada en el siguiente gráfico?



- A. $y = -4x - 1$
- B. $y = \frac{1}{4}x - 1$
- C. $y = -\frac{1}{4}x - 1$
- D. $y = -\frac{1}{4}x - 4$

2. Resuelve la siguiente inecuación: $\frac{1}{2}x - 5 \leq 2x + 1$.

- A. $x \geq -4$
- B. $x \leq -4$
- C. $x \geq -\frac{12}{5}$
- D. $x \leq -\frac{12}{5}$

3. ¿Cuál de las siguientes expresiones podría ser utilizada para calcular la temperatura en grados Celsius (C) si se conoce en grados Fahrenheit (F)?

- A. $C = \frac{F - 32}{1,8}$
- B. $C = \frac{F - 1,8}{32}$
- C. $C = \frac{F + 32}{1,8}$
- D. $C = \frac{F + 1,8}{32}$

4. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $-11 + 4x + 3y - 32xy + 5x - 7y + 34$?

- A. $23 + x - 4y - 32xy$
- B. $23 + 9x - 4y - 32xy$
- C. $45 + 9x - 4y - 32xy$
- D. $45 - 9x + 4y - 32xy$

5. Resuelve cada ejercicio y escríbelo en su mínima expresión.

- a. $(3x - 5)(y - 8)$
R: _____
- b. $(2p + 3q)(3p + 2q)$
R: _____
- c. $n(4n + 12 + 20)$
R: _____
- d. $(7n + 8)(n + 6)$
R: _____
- e. $(mn + 3n)(m - n - mn + m^2n^2)$
R: _____

6. Resuelve cada ecuación e inecuación:

- a. $4 - \frac{7}{8}x \geq \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
R: _____
- b. $-8(x + 2) = 5$
R: _____
- c. $x - 9 = 2x + 5$
R: _____
- d. $3x + 2 < x - 5$
R: _____
- e. $5x + 4 < 3x - 4$
R: _____

7. Josefa tiene que llevar perros y gansos en su camión. Su papá le dice que ha contado 40 cabezas y 110 patas en total. ¿Cuántos gansos va a llevar Josefa?
R: _____

8. Una olla con agua a 15 °C se coloca al fuego. La temperatura del agua comienza a aumentar de forma constante 10 °C por minuto, hasta los 100 °C. Determina una función afín que modele la situación y grafícala.
R: _____

Actividades

Sección 4

¿Qué debo saber? (página 59)

- Observación: en algunos casos no hay respuesta única. Aquí se da un ejemplo, **a.** $x : 2$, **b.** $5 + 2x$, **c.** $x + 2x$, **d.** $(b \cdot h) : 2$, **e.** $2x - (2x + 2)$, **f.** $x + (x + 1) = 21$, **g.** $2x + (2x + 2) = 10$, **h.** $x \cdot (x + 1) \cdot (x + 2) = 120$, **i.** $x \cdot (2x - 2) = 48$
- a.** $A = pq$, $P = 2p + 2q$; **b.** $A = \frac{ab}{2}$, $P = a + b + c$

Lección 15 (página 60)

Nivel 1

- a.** $13a - 13b$, **b.** 0 , **c.** $25x - 12y - 10$, **d.** $-13m + 7n - 6$, **e.** $2a$, **f.** $-30z$, **g.** $8a^2 - 11ab - 11$, **h.** $21a - 30b$, **i.** $-2a - 14$

Nivel 2

- a.** $9a^2b$, **b.** $x = 2$ e $y = 1$

Lección 16 (página 61)

Nivel 1

- a.** 3 términos, **b.** 4 términos, **c.** 6 términos, **d.** 9 términos
- a.** $x^2 + 4x + 3$, **b.** $2x^2 + 4x + xy + 2y$, **c.** $6x^2 + 7x - 20$

Nivel 2

- a.** $2abc - 2ab^2 - 20ab$, **b.** $6a - 2ab + 3b - b^2$, **c.** $4x^2y^2 - 4$, **d.** $-4pq^2r^2 + 6p^2q^2r - 4pq^2r$, **e.** $5abc - 6a - 3b$

Lección 17 (página 62)

Nivel 1

- a.** $3(q - p) = 3q - 3p$, **b.** $t(v + 3) = tv + 3t$, **c.** $12(w - s) = 12w - 12s$; La propiedad distributiva; Se repite el primer factor; Factor común.

Nivel 2

- a.** $(x + 3)(x + 2)$; **b.** $(x + 7)(x - 2)$; **c.** $(y - 3)(y - 5)$; **d.** $(x + 3)(x - 5)$

Sección 5

¿Qué debo saber? (página 64)

- a.** -4 , **b.** 0 ;
- a.** $-3x$, **b.** $2x - 4y$, **c.** $4x - 10y + 4$, **d.** $-3x$;
- a.** 2 , **b.** 6 , **c.** -20 , **d.** 2 ;
- a.** $2x - 6$, **b.** 2

Lección 18 (página 65)

Nivel 1

- a.** $2x - 20 = -x + 8$; **b.** $x - 2x = x/2$; **c.** $5(x + 2) = x + 1$

Nivel 2

- a.** $10\,000 - x = 755$ **b.** $2x + x = 81$

Lección 19 (página 66)

Nivel 1

- a.** $x = 6$, **b.** $x = 5$, **c.** $x = 3$, **d.** $x = -1$

Nivel 2

- a.** Si x es la edad de Rodrigo, la ecuación es $x + x/2 = 24$, $x = 16$, la edad de Rodrigo es 16 años.
b. Si x es la cantidad de manzanas en la tercera bolsa, entonces la ecuación es: $(x - 9) + (x + 6) + x = 51 \Rightarrow x = 18$, la primera bolsa tiene 9 manzanas, la segunda tiene 24 y la tercera, 18 manzanas.

Lección 20 (página 66)

Nivel 1

- a.** $x + 3 < x + 1$, **b.** $x + 120 \leq 3\,000$, **c.** $1/x \geq x + 12$

Nivel 2

- Pregunta abierta, por ejemplo: **a.** Compré un cuaderno de \$ 2000 más algunos otros productos y gasté menos de \$ 10000, **b.** El doble de un número aumentado en 1 es mayor a 5, **c.** Si un número se disminuye en 9 es a lo más 100.

Lección 21 (página 67)

Nivel 1

- a.** $500\,000 + 7\,000x > 590\,000$, **b.** $x + 12\,490 \leq 20\,000$

Nivel 2

- a.** 
b. 

Lección 22 (página 67)

Nivel 1

- a.** $x \geq -7$; **b.** $x > 4$; $x \leq \frac{16}{7}$

Nivel 2

- Pedro deberá ser mayor que 24 años.

Sección 6

¿Qué debo saber? (página 69)

- El cociente entre las variables es constante.
- 28 marcas.
- 1,5
- $A = 1,5B$

Lección 23 (página 70)

Nivel 1

- 14,4 L
- \$ 20496, \$ 1281

Nivel 2

3. $B = 8A$

B	16	24	40	58
A	2	3	5	7,25
Cte.	8	8	8	8

Lección 24 (página 71)

Nivel 1

1. a. Sí. b. No. c. Sí. d. Sí.

Nivel 2

2. Se forma un corazón.

Lección 25 (página 71)

Nivel 1

1. a. Sí. b. No. c. Sí. d. Sí.

Nivel 2

2. a. $a = 6$, $b = -8$, b. $a = 2$, $b = 11$, c. $a = 0,4$, $b = 2$, d. $a = 5$, $b = -16$

Lección 26 (página 72)

Nivel 1

1. a.

Minutos utilizados (m)	Valor a pagar (P)
100	20 000
105	20 750
150	27 500
170	30 500
200	35 000
220	38 000

b. $P(m) = 20\,000 + 150(x - 100)$

Nivel 2

2. a. $y = x - 8$. Pendiente 1, creciente; b. $y = -x + 11$. Pendiente -1 , decreciente.

c. $y = \frac{2}{9}x - 4$. Pendiente $\frac{2}{9}$, creciente; d. $y = \frac{-3}{4}x + \frac{17}{4}$. Pendiente $\frac{-3}{4}$, decreciente.

Lección 27 (página 73)

Nivel 1

1. a. $a = 5$; b. $a = -2$; c. $a = -18$; d. $a = 4$

Nivel 2

2. a. $f(x) = \frac{-3}{4}x + 3$; b. $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

Lección 28 (página 74)

Nivel 1

1. a. $f(x) = 12x$; b. $f(x) = 160x$; c. $f(x) = 24\,799x$; d. $f(x) = 80x + 350$

Nivel 2

2. Respuesta variable.

3. $f(x) = 241\,000 + 12\,000x$

Actividad complementaria (página 79)

Para la evaluación del taller se considera la siguiente rúbrica de cuatro niveles.

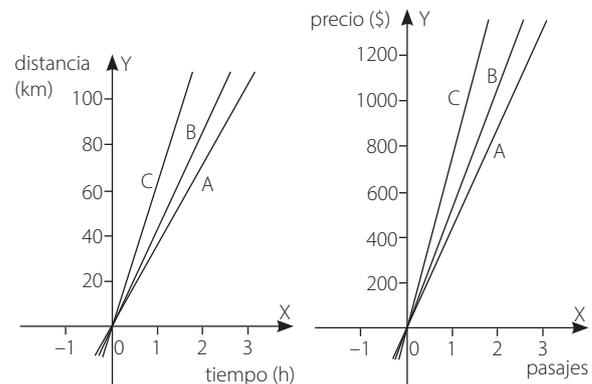
Nivel Destacado: Los y las estudiantes realizaron correctamente las siguientes tareas.

1. Definen las funciones correspondientes a la rapidez: $A(t) = 50t$, $B(t) = 60t$, $C(t) = 90t$.

Definen las funciones correspondientes al costo:

$$A(x) = 700x, B(x) = 900x, C(x) = 1200x$$

2. Grafican las funciones definidas en 1, definiendo adecuadamente las unidades de los ejes.



3. Justifican sus respuestas utilizando la información dada. Por ejemplo, Bárbara toma ese bus porque es el más barato.

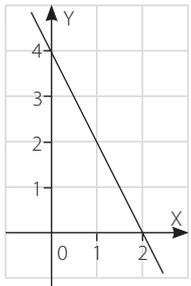
4. La respuesta dada es justificada con la información dada.

5. Responden que muestra los horarios de los buses.

Nivel Competente: Definen correctamente las funciones y las grafican correctamente, no utilizan toda la información dada para justificar sus respuestas.

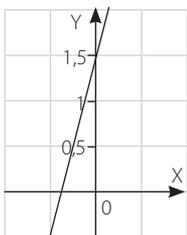
Nivel Básico: No definen correctamente la función rapidez, dan una justificación arbitraria las respuestas abiertas, no interpretan el último gráfico.

Evaluación de la unidad (páginas 80 a 82)

Indicador	Número de pregunta con su respuesta
Representan y reducen expresiones algebraicas	I. 1. (B)
Multiplican expresiones algebraicas	I. 4. (B), 5. (D), 9. (A), 12. (B)
Factorizan expresiones algebraicas	I. 2. (C) 3. (C) 7. (B)
Representar situaciones con ecuaciones	II. 2. a. $2x - 5 = 13$, 9 años; b. $4x + 10 = 20$, $A = 24,75 \text{ cm}^2$; c. $2a + 10 = 16$, $a = 3 \text{ cm}$; d. $8(x + 5) = 120$, 80 chocolates. 3.d. <u>F</u> El área es $4x^2$ III. 2. R: 212°F
Resuelven ecuaciones	I. 10. (B) II. 1. a. $x = 10,5$; b. $x = -2$
Modelan situaciones con inecuaciones	I. 13. (B) III. 1. $f(x) = 50x + 350$; 3. $20x > 250$; 5. Máximo 3948 kg.
Representan la solución de una inecuación	I. 8. (A); 11. (A)
Resuelven inecuaciones	II. 1. c. $x \geq -1$; 3. c. <u>V</u> Si $p = -8$ el número es -5 . Si $p = -2$ el número es 1, por tanto, $(p + 3)$ está entre -5 y 1.
Resuelven problemas utilizando la función lineal	I. 6. (A); II. 6. $q(-1) = -\frac{2}{5}q(0) = -0$
Resuelven problemas utilizando la función afín	II. 3. a. <u>F</u> El valor es -4 ; b. <u>F</u> La ordenada del punto de intersección con el eje Y; 4. $y = 0,6x + 1$; 5. Si $x = 5$ entonces $y = 4$; 6. $p(-1) = -5$, $p(0) = -3$, $f(-1) = -3$, $f(0) = 1$
Grafican la función afín	II. 7. a. $f(x) = 0,2x$; b. $f(x) = -2 - 4x$ III. 4.  $y = -2x + 4$

Banco de preguntas (página 83)

1. C, 2. A, 3. A, 4. B; 5. a. $3xy - 24x - 5y + 40$; b. $6p^2 + 13pq + 6q^2$; c. $4n^2 + 32n$; d. $7n^2 + 50n + 48$;
e. $m^2n - 4mn^2 - m^2n^2 + m^3n^3 + 3mn - 3n^2 + 3m^2n^3$; 6. a. $28/9 \geq x$; b. $x = \frac{-21}{8}$ c. $x = -14$; d. $x < \frac{-7}{2}$; e. $x < -4$; 7. Josefa llevará 25 gansos; 8. $f(x) = 10x + 15$, el gráfico correspondiente es:



RDC

Las respuestas a las actividades de los recursos digitales complementarios las encontrará en el documento informativo de cada RDC en la sección Apoyo al docente.

Geometría

Propósito de la unidad

Entendemos la geometría como la rama de la matemática que estudia las figuras (2 D) y cuerpos (3 D) y las medidas que las relacionan. Su estudio exige en los y las estudiantes el desarrollo tanto de pensamiento crítico, como el deductivo e inductivo. Lo anterior no es nada nuevo, en la entrada de la Academia de Atenas, Platón hizo inscribir la frase: "Nadie entra aquí si no sabe geometría".

En esta unidad se estudian las áreas y volúmenes de sólidos rectos, deduciendo las fórmulas para su cálculo, puesto que las y los estudiantes ya tienen las herramientas algebraicas para su deducción y aplicación. Los sólidos estudiados son el prisma y el cilindro, dejando el cono y la esfera para 1.º y 2.º año de educación media respectivamente.

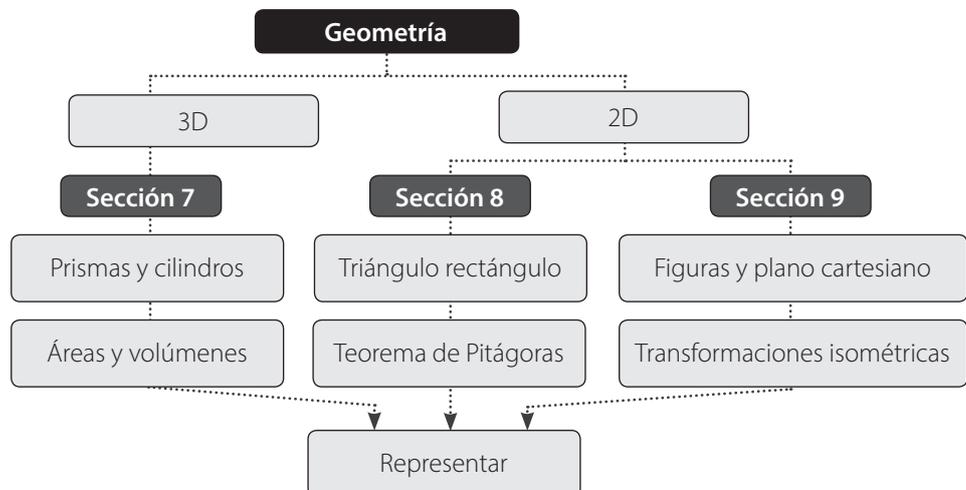
Se continúa el estudio de las transformaciones isométricas, tema que los y las estudiantes ya han trabajado en cursos anteriores, pero en este nivel se introducen como movimientos en el plano cartesiano. Las transformaciones estudiadas son isometrías, es decir conllevan el concepto de congruencia. En 1.º año de educación media, se estudiarán las homotecias bajo el concepto de semejanza.

En la segunda sección se presenta, en el triángulo rectángulo, el teorema de Pitágoras, mostrando a las y los estudiantes algunas de las relaciones numéricas presentes en esta figura. Para poder aplicar este teorema, en la unidad de Números se presentó el trabajo básico con raíces cuadradas. En 2.º año de educación media se retoma el estudio del triángulo rectángulo presentando a los y las estudiantes la trigonometría.

Organización de la unidad

El esquema muestra la organización de los contenidos en esta unidad, la primera sección con el estudio de cuerpos y las dos siguientes se preocupan de las figuras geométricas.

Se insiste que las habilidades matemáticas se trabajan transversalmente independiente del contenido, pero en esta unidad se hará hincapié en la habilidad de representar, entendiendo esta como la capacidad para discriminar las características esenciales del objeto de estudio y traducirlas en símbolos o relaciones matemáticas



Planificación de la unidad

Sección 7 Área y volumen de prismas y cilindros

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros: <ul style="list-style-type: none"> • estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen • desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie • transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros • aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria Habilidades: <ul style="list-style-type: none"> • Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. • Evaluar la argumentación de otros, dando razones. Actitudes: Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	Lección 29 ¿Cómo estimar el volumen de prismas y cilindros?	2 horas	
	Lección 30 ¿Cómo calcular el volumen de prismas y cilindros?	3 horas	
	Lección 31: ¿Cómo estimar el área de prismas y cilindros?	2 horas	
	Lección 32: ¿Cómo calcular el área de prismas y cilindros?	3 horas	
	Lección 33: ¿Qué aplicaciones tiene el cálculo del volumen y área de prismas y cilindros?	3 horas	

Páginas especiales de la sección 7

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	194 a 197	1,5 horas	
Mural: Alimentos transgénicos	214 a 215	1 hora	
¿Cómo voy?	216 a 217	2 horas	
Resolución de problemas:	218	1 hora	
Vuelvo a mis procesos.	219	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	198 a 199	<ul style="list-style-type: none"> • Arman y despliegan cajas de forma de prismas rectos. • Reconocen que las áreas laterales de todos los prismas rectos son rectángulos. • Elaboran redes de prismas rectos de diferentes bases y calculan las áreas de las superficies. • Resuelven problemas cotidianos que involucran el volumen y el área de prismas rectos. • Reconocen en forma intuitiva que los prismas a base de polígonos regulares se acercan a cilindros si se aumenta el número de los lados del prisma. • Confeccionan de manera concreta modelos de cilindros y los comparan con modelos o dibujos de prismas a base de polígonos regulares. • Transfieren la fórmula del volumen de un cubo para determinar la fórmula del volumen de un cilindro. • Calculan el área de cilindros en ejercicios rutinarios. • Resuelven problemas cotidianos y de ciencias relacionados con el área de la superficie y el volumen de cilindros.
	200 a 203	
	204 a 205	
	206 a 209	
	210 a 213	

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación.
	Actividad grupal.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Descartar información irrelevante
	Instancia de reflexión y metacognición.

Planificación de la unidad

Sección 8: Teorema de Pitágoras

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
<p>Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.</p> <p>Habilidades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. • Explicar y fundamentar, soluciones propias y los procedimientos utilizados; resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas (OA e) <p>Actitudes:</p> <p>Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.</p>	<p>Lección 34 : ¿Qué es y cómo se verifica el teorema de Pitágoras?</p>	2 horas	
	<p>Lección 35: ¿Qué aplicaciones tiene el teorema de Pitágoras?</p>	3 horas	

Páginas especiales de la sección 8

Objetivos de aprendizaje	Páginas	Tiempo	
De inicio	220 a 223	1,5 horas	
Mural: GPS, ¿Dónde nos encontramos?	236 a 237	1 hora	
¿Cómo voy?	238 a 239	2 horas	
Resolución de problemas	240	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	241	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	224 a 231	<ul style="list-style-type: none"> • Descubren el teorema de Pitágoras concreta o pictóricamente, mediante descomposición o composición de cuadrados y triángulos rectángulos. • Dibujan triángulos rectángulos con los cuadrados respectivos encima los catetos y la hipotenusa, y verifican la validez del teorema de Pitágoras. • Reconocen que con dos lados del triángulo rectángulo dados, se puede calcular el tercer lado. • Despejan algebraicamente la fórmula $c^2 = a^2 + b^2$ para cualquier variable. • Estiman o calculan correctamente con la calculadora, las raíces cuadradas que resultan al aplicar el teorema de Pitágoras.
	232 a 235	<ul style="list-style-type: none"> • Verifican con las medidas dadas de un triángulo si es rectángulo o no. • Calculan el largo del lado faltante para que un triángulo sea rectángulo y lo verifican por construcción, aplicando el teorema de Tales. • Calculan los componentes perpendiculares de vectores dados. • Resuelven problemas cotidianos para calcular el largo de lados desconocidos y no accesibles en el plano y en el espacio, determinando primero los triángulos rectángulos respectivos.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación.
	Actividad grupal.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: identificar submetas
	Instancia de reflexión y metacognición.

Planificación de la unidad

Sección 9: Transformaciones isométricas

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando: <ul style="list-style-type: none"> • los vectores para la traslación • los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión • los puntos del plano para las rotaciones 	Lección 36: ¿Qué es y cómo se realiza una traslación?	2 horas	
	Lección 37: ¿Qué es y cómo se realiza una reflexión?	2 horas	
	Lección 38: ¿Qué es y cómo se realiza una rotación?	2 horas	
	Lección 39: ¿Cómo realizar transformaciones isométricas en un <i>software</i> ?	2 horas	
Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.	Lección 40: ¿Cómo componer transformaciones isométricas	3 horas	
	Lección 41: ¿Cómo realizar teselaciones?	2 horas	
Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.			
Habilidades: Usar modelos, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)			

Páginas especiales de la sección 9

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	242 a 245	1,5 horas	
Mural: Isometrías en la naturaleza	274 a 275	1 hora	
¿Cómo voy?	276 a 277	2 horas	
Resolución de problemas	278	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	279	1/2 horas	

Páginas finales de la Unidad 9

Actividad	Páginas	Tiempo	
Sintetizo mis aprendizajes	280	1 horas	
Refuerzo mis aprendizajes	281 a 282	2 horas	
Actividades de cierre	283 a 285	2 horas	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	246 a 249	<ul style="list-style-type: none"> Realizan traslaciones en el plano con vectores dados. Determinan el vector entre la imagen y la pre-imagen de 2 figuras 2D trasladadas y modelan la traslación y la combinación de traslaciones, por medio de vectores y la suma de ellos. Reflexionan figuras 2D según los ejes dados, de manera concreta y pictórica. Determinan el eje de reflexión entre la imagen y la pre-imagen de dos figuras 2D. Reconocen que la rotación por 180° es una reflexión en un punto, llamado punto de simetría. Identifican rotaciones, reflexiones y traslaciones en situaciones cotidianas.
	250 a 253	
	254 a 257	
	258 a 263	
	264 a 269	
	270 a 273	<ul style="list-style-type: none"> Realizan diferentes combinaciones de traslaciones, reflexiones y rotaciones y reconocen las propiedades. Realizan teselados con figuras 2D, según los patrones dados. Identifican patrones de teselados dados, descubriendo experimentalmente las propiedades de la congruencia; es decir, la conservación de la medida de segmentos y de ángulos. Reconocen transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector de traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación.
	Actividad grupal.
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Aplicar procesos reversibles.
	Instancia de reflexión y metacognición.

	Objetivo
	Mapa conceptual, ideas fuerza.
	Aplicaciones resumen de la sección.
	Reflexión sobre los aprendizajes.

Orientaciones didácticas

En esta unidad, las y los estudiantes aplicarán las fórmulas de área y volumen de prismas rectos y de cilindros. Para ello, comienzan con cuerpos conocidos, como el cubo, y trabajan con sus redes para determinar las relaciones entre largo, ancho y alto necesarias para desarrollar el nuevo conocimiento.

La siguiente sección de la unidad trata el teorema de Pitágoras, que se introduce desde lo concreto de sus aplicaciones con dibujos explicativos y una demostración matemática, pero sencilla del mismo. Los estudiantes deben resolver problemas que involucren dicho teorema en contextos como la geometría, la construcción y el arte. Se recomienda integrar material concreto o algún medio tecnológico visual que les permita aprovechar al máximo la riqueza del teorema.

La última sección de la unidad abarca las transformaciones isométricas (traslación, rotación y reflexión) y las composiciones de estas. Los y las estudiantes se pueden apoyar en el plano cartesiano y en las posibilidades que ofrece para tratar este tema. En la descripción de los movimientos, se comienza con algunos sencillos para continuar con la composición de dos o más de estos movimientos; la motivación puede provenir del arte o la matemática. Aquí también se sugiere usar medios visuales o material concreto para ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad espacial. Como aplicación de las transformaciones, se presentan las teselaciones.

A lo largo de toda la unidad se presentan actividades en el programa GeoGebra, además de las adecuadas características del programa; este es de licencia gratuita y además posee una biblioteca de aplicaciones que se pueden descargar. Si desea acceder a esa biblioteca puede hacerlo ingresando el código GM8P092 en la página <http://codigos.auladigital.cl> y en ella puede ir a Recursos.

» ¿Qué aprenderé? ¿Para qué?

Cada objetivo presentado en el primer lateral de esta página en el Texto se relaciona con una situación del segundo, por lo que las y los estudiantes deberían leerlos en paralelo.

También se le puede mostrar a los y las estudiantes que cada pareja, de objetivo y aplicación, se puede aplicar en la situación, por ejemplo, del puente de Chacao. El teorema de Pitágoras se puede utilizar para determinar si las vigas y el puente son perpendiculares, o las transformaciones isométricas, para estudiar las simetrías de las distintas secciones del puente.

Actitudes

Es importante recordar que las Bases Curriculares nos dicen que: “Las actitudes son objetivos de aprendizaje y se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y habilidades propios de la asignatura. Se debe promover el logro de estas actitudes de manera sistemática y sostenida mediante las actividades de aprendizaje, las interacciones en la clase, las actividades extra-programáticas, las rutinas escolares y también mediante el ejemplo y la acción cotidiana del docente y de la comunidad escolar.”

En esta unidad se eligieron tres de las seis actitudes propuestas por las Bases Curriculares, dos de ellas referidas a despertar el interés y la rigurosidad requeridos para lograr los objetivos de aprendizaje. Las y los estudiantes podrán expresar rigurosidad cada vez que se le pida justificar sus procedimientos o respuestas y el uso adecuado del lenguaje matemático.

La tercera actitud se refiere al trabajo en grupo, pero un trabajo en que los y las estudiantes participen con iniciativa para con las tareas y con respeto para con sus compañeros y compañeras.

» Propósito

Resolver problemas que involucren:

- Estimar el volumen de prismas y cilindros.
- Deducir las fórmulas del volumen de prismas y cilindros a partir del volumen del cubo.
- Estimar áreas de prismas y cilindros.
- Deducir las fórmulas del área de la superficie de cilindros y prismas a través de sus redes.
- Aplicar el área y el volumen de prismas y cilindros.

¿De qué se trata?

La Geometría es la rama de la matemática que estudia, entre otros, problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Nace bajo el alero de los primeros geómetras, que se interesaban en problemas cotidianos como la medida de los campos o los ángulos rectos en la construcción de edificaciones. Es por esto que la sección comienza con una pequeña reseña de diferentes problemas geométricos surgidos a lo largo de la historia, relacionados con prismas y cilindros.

El conocimiento de los distintos prismas y los cilindros ha sido aprendido y tratado desde los inicios de la educación escolar y preescolar. El aprendizaje de la Geometría, específicamente lo relacionado con las figuras 2D y 3D, se realiza en forma de espiral, es por ello que se torna imprescindible recordar los contenidos tratados y aprendidos en los niveles anteriores de la educación básica. Se recomienda no dejar de lado el método COPISI (concreto, pictórico y simbólico), ya que ayudará a los estudiantes a lograr el objetivo de aprendizaje.

En esta sección se resolverán problemas referentes al cálculo de área y volumen de prismas y cilindros, en contextos cotidianos y científicos, comenzando con estimaciones que lleven al aprendizaje por descubrimiento. Es necesario, para cumplir con los objetivos, que la información entregada por el docente sea solo una guía para seguir el camino hacia el descubrimiento de los elementos geométricos de los temas planteados en esta sección.

Pienso mis procesos

Como se ha indicado con anterioridad, el objetivo de esta actividad es, en primer lugar, que las y los estudiantes tengan una instancia de reflexión sobre su aprendizaje y sobre las metas que se pueden plantear a través de los objetivos de aprendizajes que se presentarán en esta sección.

¿Qué debo saber?

El formato de esta actividad permite que las y los estudiantes puedan realizar una autoevaluación sobre aquellos contenidos que necesitarán en el desarrollo de las siguientes lecciones.

Acompañe estas actividades con las correspondientes en los Recursos digitales complementarios.



Actividades

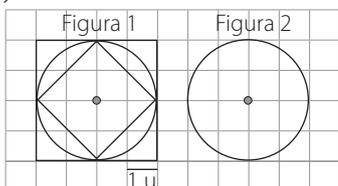
1. Con la información dada, calcula el perímetro y el área de cada círculo.
 - a. radio = 2 cm
 - b. diámetro = 6 cm
2. En un triángulo rectángulo los catetos miden 6 y 10 cm, ¿cuál es el área del triángulo?
3. La circunferencia de un círculo mide 36 cm. Usando $\pi \approx 3$, ¿cuál es el área del círculo?
4. El perro de Alicia está amarrado a su casa con una correa que mide 4 m, ¿qué área puede recorrer el perro?

Lección 29: ¿Cómo estimar el volumen de prismas y cilindros?

- » **Propósito:** Estimar el volumen de prismas y cilindros
- » **Componentes:** páginas de la 198 a la 199 en el Texto y página 80 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Antes de comenzar a trabajar la lección puede ser necesario discutir con las y los estudiantes la diferencia entre estimar y calcular. Puede utilizar un ejemplo como el siguiente, donde el problema es calcular el área del círculo de las figura 1 y 2.



En la figura 1 se estima que el área del círculo es entre 8 y $16 u^2$, mientras que en la figura 2 se ve que el radio del círculo mide $2 u$, aplicando la fórmula $A = \pi r^2$ se determina el área $4\pi \approx 12,57 u^2$ aproximada a la centésima más cercana.

Las actividades de estimación de volumen están orientadas, no tanto a lograr un número, sino que a que las y los estudiantes se familiaricen con el concepto de volumen, como la cantidad de espacio expresada en unidades cúbicas.

Por lo anterior es importante trabajar la situación 2 de la página 198, cuando se pide por la cantidad de dados que caben en el cilindro, se está intentando estimar su volumen comparándolo con la unidad utilizada que es el volumen de un dado.

Errores frecuentes

En las estimaciones se suele cometer el error de buscar una única respuesta. Para evitar posibles confusiones, aclare el concepto de estimación de cantidades.

Información complementaria

En Geometría, un prisma es un poliedro que tiene dos polígonos congruentes paralelos como caras basales, en tanto que todas las otras caras son paralelogramos. En la práctica se puede demostrar con una pila de cuadernos.

Cuando el eje forma un ángulo recto con la base, las caras laterales son rectángulos y el prisma se denomina prisma recto. En caso contrario, se denomina prisma oblicuo y sus caras laterales son paralelogramos no rectangulares.

Los prismas pueden ser clasificados de acuerdo a su base. Por ejemplo, se denomina prisma triangular si sus bases son triángulos.

Actividades

Nivel 1

1. Completa la siguiente tabla:

Cuerpo	Caras basales	Caras laterales	Vértices	Aristas
Prisma hexagonal				
Prisma pentagonal				
Prisma cuadrangular				
Pirámide cuadrada				
Prisma triangular				

Nivel 2

2. Estima el volumen de un cuaderno universitario de 100 hojas, utilizando un dado como unidad cúbica.

Lección 30: ¿Cómo calcular el volumen de prismas y cilindros?

- » **Propósito:** Calcular el volumen de prismas y cilindros
- » **Componentes:** páginas de la 200 a la 203 en el Texto y páginas 81 y 82 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

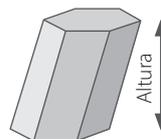
La idea fuerza de esta lección es que para calcular el volumen de un cuerpo, prisma o cilindro, se multiplica el área basal por la altura.

Una posible dificultad para los y las estudiantes es identificar la base del prisma, existe el error de considerar la base como "en la cual está apoyado el cuerpo". Una manera de trabajar este problema es realizando cortes transversales al cuerpo; la base será aquella en que los cortes formen figuras congruentes.

Ampliación y profundización didáctica:

En todos los niveles escolares, el volumen se estudia solo en cuerpos rectos, es decir la base es perpendicular a las aristas laterales.

En el caso de cuerpos oblicuos, el volumen también se calcula como el producto del área basal por la altura, pero esta última no coincide con una arista del cuerpo.



Links de interés

Calculadora de área de distintos polígonos regulares, código GM8P095 en la siguiente página <http://codigos.auladigital.cl>

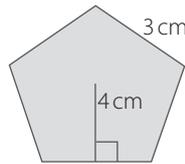
Actividades

Nivel 1

- Calcula el volumen de cada cuerpo geométrico según su descripción.
 - Cubo de arista 15 cm.
 - Cubo de arista 0,4 m.
 - Prisma rectangular de aristas 4 mm, 2 mm y 3 mm.
 - Cilindro de área basal 26 m^2 y altura 5.

Nivel 2

- Camilo tiene 3 cuerpos geométricos dentro de una caja. Todos tienen 12 cm de altura y distintas bases.
 - Si el prisma de base cuadrada tiene un volumen de 192 cm^3 , ¿cuál es la longitud de su arista basal?
 - Si la segunda figura es un cilindro de radio 5 cm, ¿cuál es su volumen?
 - Si la tercera figura es un prisma pentagonal cuya base se muestra en la figura, ¿cuál es su volumen?



Lección 31: ¿Cómo estimar el área de prismas y cilindros?

- » **Propósito:** Estimar el área de prismas y cilindros.
- » **Componentes:** páginas 204 y 205 en el Texto y página 83 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Tanto en la situación 1 como en la situación 2 se trata de relacionar el medir la superficie del sólido con la cantidad de papel lustre necesaria para cubrirlo, en este caso puede aceptar como unidad de medida por ejemplo, dos y medio cuadrados de papel lustre.

El objetivo de estas actividades es que las y los estudiantes puedan naturalmente llegar al concepto de superficie como el área de las figuras planas que representan las caras del sólido.

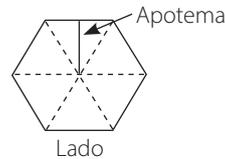
Errores frecuentes

Los errores más frecuentes en este contenido se producen al momento de dibujar una red apropiada para un prisma en particular. Se recomienda enfatizar el objetivo principal de una red es que el armado corresponda al sólido.

Información complementaria

Cálculo del área de polígonos regulares

Puede proponer a los estudiantes la siguiente estrategia:



$$A = \frac{\text{apotema} \cdot \text{perímetro}}{2}$$

Para calcular el área de un polígono regular se puede descomponer en triángulos isósceles y calcular el área de cada uno de ellos.

Lo anterior es equivalente a multiplicar el perímetro del polígono por la apotema (altura de cada triángulo) y dividir el resultado por dos.

Es recomendable que si los estudiantes utilizan esta fórmula, lo hagan solo después de comprender la división del polígono en triángulos.

Links de interés

Calculadora de área de distintos polígonos regulares. Código GM8P095 en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Completa las siguientes frases

- La red de un _____ tiene tres caras laterales con forma de paralelogramo.
- El largo del rectángulo de la red de un cilindro corresponde al _____ del círculo de su base.
- La red de un prisma octogonal tiene _____ rectángulos en su red.

Nivel 2

2. Responde marcando la alternativa correcta. Al superponer dos cubos de igual volumen se forma un prisma cuya red corresponde a:

- Un prisma rectangular.
- Un prisma pentagonal.
- Un prisma cuadrangular.
- Un cubo del doble de volumen.

Lección 32: ¿Cómo calcular el área de prismas y cilindros?

- » **Propósito:** Calcular el área de prismas y cilindros.
- » **Componentes:** páginas de la 206 a la 209 en el Texto y páginas 84 y 85 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Generalmente los y las estudiantes presentan mayores dificultades calculando el área de los cuerpos que su volumen. Esto se debe a que muchas veces deben imaginar las caras que no ven en las representaciones planas de los cuerpos.

Debido a lo anterior se considera adecuado comenzar esta lección teniendo en la sala material concreto, correspondiente a diferentes cuerpos, que las y los estudiantes puedan manipular en los momentos que consideren necesario.

Después de este primer momento, presente la situación 1 donde se ve la red del cuerpo, cuando las y los estudiantes desarrollan el hábito de descomponer los cuerpos en redes cometen menos errores al momento de calcular el área, en la página 208 se presentan este tipo de actividades.

Errores frecuentes

En el cálculo de áreas de figuras 3D compuestas los estudiantes tienden a dividirla en figuras conocidas y luego suman las áreas totales. Se equivocan al duplicar algunas caras o áreas parciales de las figuras. Para evitar estos errores sugiera utilizar las vistas de la figura para calcular el área total.

Links de interés

Actividades en línea para calcular el área de prismas midiendo con una regla virtual. Contiene animaciones de redes de construcción.

Código GM8P096a en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades en línea para calcular el área de prismas y cilindros. Contiene explicación de los procedimientos en caso de error (en inglés).

Código GM8P096b en <http://codigos.auladigital.cl>

Ampliación y profundización didáctica:

El currículo europeo (ESO) tiene, en matemática, buen material para complementar las clases. Por ejemplo esta página, donde se pueden encontrar actividades para desarrollar en clases, organización de los contenidos y también algunos datos para profesores.

Código GM8P096c en <http://codigos.auladigital.cl>

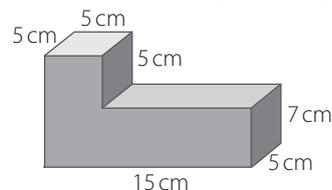
Actividades

Nivel 1

1. Calcula el área total de:
 - a. Un prisma recto cuadrangular con arista basal de 10 cm y altura 12 cm.
 - b. Un cilindro recto de diámetro basal 8 cm y altura igual al cuadrado del radio basal ($\pi \approx 3,14$)

Nivel 2

2. Calcula el área total de la siguiente figura:



Lección 33: ¿Qué aplicaciones tiene el cálculo del volumen y área de prismas y cilindros?

- » **Propósito:** Realizar aplicaciones del cálculo de volumen y área de prismas y cilindros.
- » **Componentes:** páginas de la 210 a la 213 en el Texto y páginas 86 y 87 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Al inicio de esta sección, en la página 193, fueron declaradas las actitudes que se trabajarían: demostrar curiosidad e interés en resolver desafíos matemáticos, demostrar interés y rigurosidad en la resolución de problemas y trabajar en equipo.

En esta lección puede observar como las y los estudiantes trabajan dichas actitudes. Puede organizar grupos para realizar las actividades de las páginas 212 y 213, especialmente el apartado *Refuerzo*.

Considere permitir que los y las estudiantes utilicen calculadora científica para trabajar los problemas de esta lección, de esta forma se pueden concentrar en las estrategias de resolución más que en los cálculos.

Errores frecuentes

Algunas dificultades que puede tener un estudiante al resolver problemas que involucran el cálculo de área de prismas y cilindros son:

- Confunde las fórmulas y aplica una que no sirve para la situación.
- Identifica la fórmula correcta, pero la escribe mal.
- Identifica y aplica la fórmula apropiada, pero realiza mal los cálculos.

- No comprende el problema, aunque sepa de memoria las fórmulas.
- Confunde las medidas dentro de una figura.

El trabajar en forma ordenada ayuda a identificar el tipo de error que está cometiendo.

Metacognición

En los apartados *Reflexión* y *Refuerzo* se presentan actividades en las cuales se les pide a las y los estudiantes que justifiquen, expliquen o describan su trabajo.

Asigne suficiente tiempo a estas actividades de manera que las y los estudiantes puedan explicar sus procesos a sus compañeros y compañeras, teniendo siempre cuidado que utilicen el lenguaje matemático adecuado.

Actividades

Nivel 1

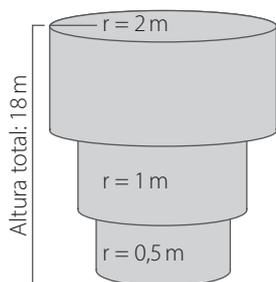
1. Rosario prepara 3000 cm^3 de mermelada de moras. Ella tiene frascos de distintas formas con las medidas que se detallan a continuación:

Frasco	Área basal	Altura
Prisma cuadrangular	25 cm^2	12 cm
Cilindro	30 cm^2	10 cm
Prisma triangular	21 cm^2	25 cm

- a. Calcula cuantos frascos de cada tipo se necesitarían si Rosario decide usar un solo tipo.
- b. ¿En qué tipo de frascos utilizaría la misma cantidad?
- c. ¿Usando qué tipo de frasco sobraría cierta cantidad de mermelada al envasar?

Nivel 2

2. Considera que las alturas por sección de los cilindros de la figura están en la razón $3 : 2 : 1$. ¿Cuál es el volumen total el cuerpo?



3. Dos cilindros de igual altura tienen radios que están en la razón $1 : 2$. ¿En qué razón están sus volúmenes?

Mural: Agua potable, su producción industrial

- » **Propósito:** Trabajar en equipo siendo proactivo, responsable y respetuoso.
- » **Componente:** páginas de la 214 a la 215 en el Texto.

Orientaciones didácticas:

El objetivo de estas páginas es que las y los estudiantes trabajen en grupo en distintas tareas, antes de comenzar organice los grupos de tal manera que todos los miembros tengan tareas específicas.

Por una parte, en la página 215, se encuentra una actividad de aplicación de los contenidos y objetivos de aprendizaje de esta sección de geometría. Por otra parte se encuentra información sobre el proceso que sufre el agua desde que es recolectada hasta que llega a los hogares.

También se trata motivar a los y las estudiantes a discutir sobre la importancia de cuidar el agua, cómo ahorrarla y cómo puede ser reciclada.

En la información complementaria se recomiendan algunas páginas Web con más información sobre el tema.

Información complementaria

En los siguientes enlaces puede encontrar información complementaria para enriquecer la discusión del tema con las y los estudiantes.

Sobre la necesidad del agua para el ser humano.

Código GM8P097a en <http://codigos.auladigital.cl>

Sobre el significado de agua potable.

Código GM8P097b en <http://codigos.auladigital.cl>

Consejos para ahorrar agua.

Código GM8P097c en <http://codigos.auladigital.cl>

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos y los objetivos de aprendizaje de esta sección.
- » **Componentes:** páginas de la 216 a la 217 en el Texto y páginas 88 y 89 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Al enfrentar esta sección las y los estudiantes tuvieron que realizar un esfuerzo en dos niveles diferentes.

Ellos y ellas debieron hacer la distinción entre la estimación y el cálculo de volúmenes y áreas, entendiendo que la estimación es una valoración aproximada de algo que requiere utilizar elementos de intuición y de lógica matemática para llegar a un resultado aproximado, mientras que al calcular se deben introducir unidades de medidas y fórmulas o algoritmos para llegar a un resultado exacto.

Desarrollar la habilidad de estimar resultados redonda en la capacidad para valorar lo razonable de los resultados; desarrollar el pensamiento hipotético, utilizar los conceptos relacionados a la medida, encontrar sentido al error cuando se mide y reformular problemas a formas más simples.

Por otra parte los y las estudiantes debieron manejar simultáneamente representaciones en dos y tres dimensiones lo cual no es un proceso fácil para muchos de ellos y ellas, pero que, a pesar de la dificultad, desarrolla las habilidades visuales y de representación.

Por ser esta la última actividad referente al cálculo de áreas y volúmenes se recomienda formar grupos de estudiantes que realicen un resumen de las fórmulas ocupadas en esta sección con una breve explicación escrita de cada una, para luego resolver en conjunto los problemas propuestos.

Al final de la esta actividad se presentan los desafíos de integración que se complementan con los del Cuaderno de ejercicios, página 89.

Actividad evaluativa del proceso

Para constatar que los y las alumnos comprenden los conceptos y procedimientos de las lecciones anteriores, puede pedirles que resuelvan los problemas 3 y 7, por el manejo algebraico de las fórmulas y los problemas 4 y 8 c, por los conceptos de volumen y área involucrados en ellos.

Resolución de problemas: Descartar información irrelevante.

- » **Propósito:** Conocer diferentes estrategias de resolución de problemas y discriminar la mejor de ellas para una situación específica.
- » **Componentes:** página 218 en el Texto y páginas 90 y 91 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Como se ha dicho anteriormente, la resolución de problemas es una habilidad que acompaña a cada objetivo de aprendizaje en matemática. Pero como toda habilidad se debe practicar por una parte y contar con las herramientas necesarias por otra.

El objetivo de esta sección es por lo tanto, entregar estrategias de resolución de problemas o las herramientas necesarias para poder definir la estrategia más adecuada para enfrentar un problema específico.

Generalmente un problema se presenta en un contexto que exige que las y los estudiantes lo lean comprensivamente. Una forma de facilitar esta lectura es que sean capaces de discriminar la información útil de la que no lo es.

Recuerde que esta actividad debe complementarse con la presentada en el Cuaderno de ejercicios, páginas 90 y 91.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de la sección.
- » **Componente:** página 219 en el Texto

Orientaciones didácticas:

Permita que los y las estudiantes cuenten con el tiempo suficiente para responder las preguntas de esta página, comparen sus respuestas con las entregadas en la página *Pienso mis procesos* (página 195) y las discutan con sus compañeros y compañeras.

Metacognición

En el artículo *Procesos metacognitivos: estrategias y técnicas*, que puede encontrar en el enlace entregado más abajo, se explica la importancia de la metacognición en el aprendizaje de las y los estudiantes, además de técnicas para desarrollar hábitos en ellos y ellas para que cobren conciencia de sus procesos cognitivos.

Código GM8P098 en <http://codigos.auladigital.cl>

» Propósito

Comprender y verificar el teorema de Pitágoras y su recíproco para resolver problemas.

¿De qué se trata?

La segunda sección de la unidad de Geometría invita al conocimiento, análisis y utilización del teorema de Pitágoras.

Pitágoras, filósofo y matemático griego, es muy conocido por el teorema que se trabaja en esta sección pero sus aportes al desarrollo de la matemática fueron mucho más allá. A pesar de que no publicó ningún escrito durante su vida, todos sus trabajos los conocemos por sus discípulos.

El teorema no es solo un postulado geométrico; también tiene aplicaciones en el mundo real, como en:

- **Arquitectura y construcción:** en los tejados con formas triangulares, ya que con distintas medidas se busca el ángulo de 90° .
- **Navegación:** triangulación es un método utilizado para señalar una localización cuando se conocen dos puntos de referencia. Cuando la triangulación se usa sobre un ángulo de 90° , se aplica el teorema de Pitágoras. Los celulares pueden rastrearse por triangulación y los sistemas de navegación de distintos vehículos usan este método.
- **Localización de un terremoto:** los terremotos resultan de dos tipos de ondas, una más lenta que la otra. Triangulando la distancia que viaja la onda más rápida con la de la onda más lenta, los geólogos pueden determinar el centro o el origen del terremoto.

Con esta información, usted puede motivar a los estudiantes a que comprendan y aprendan el teorema, mostrándoles que tiene muchos usos en la vida diaria en distintas áreas.

Pienso mis procesos

En las actividades de esta página probablemente las y los estudiantes dirán que el triángulo ABE es rectángulo. En ese punto es conveniente pedirles que justifiquen su respuesta, de esta manera se puede discutir que una respuesta como “porque parece rectángulo” no es válida. Además, se puede introducir la idea del recíproco del teorema de Pitágoras, es decir, encontrarán que si la medida de los lados cumplen con la relación, entonces el triángulo es rectángulo.

La respuesta de los y las estudiantes a la pregunta sobre las metas propuestas para esta sección debe quedar registradas para contrastarlas al finalizarla.

¿Qué debo saber?

En la primera unidad, Números, se introdujeron las raíces cuadradas que se aplicarán en esta sección tanto en ejercicios como en problemas, por lo tanto es conveniente que los y las estudiantes no tengan problemas aplicándolas.

En las páginas 222 y 223 del Texto podrá encontrar actividades sobre raíces, además de propiedades de los triángulos.

Actividades

1. Completa correctamente las siguientes igualdades.

a. $2^2 + 3^2 = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\underline{\hspace{2cm}}^2 + 5^2 = 61$

c. $3^2 + \underline{\hspace{2cm}}^2 = 58$

d. $\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 17$

2. Calcula las siguientes raíces.

a. $\sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\sqrt{5^2 + 12^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\sqrt{625} = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\sqrt{17^2 - 15^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Completar con los números enteros, más cercanos, entre los que se encuentra cada una de las siguientes raíces.

a. $\underline{\hspace{2cm}} < \sqrt{18} < \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\underline{\hspace{2cm}} < \sqrt{35} < \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\underline{\hspace{2cm}} < \sqrt{112} < \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\underline{\hspace{2cm}} < \sqrt{250} < \underline{\hspace{2cm}}$

Lección 34: ¿Qué es y cómo se verifica el teorema de Pitágoras?

- » **Propósito:** Explicar la validez del teorema de Pitágoras.
- » **Componentes:** páginas de la 224 a la 231 en el Texto y páginas 92 y 93 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

En 1.º Medio los y las estudiantes verán otro teorema de un gran matemático de la antigüedad, Tales. Una vez demostrado ese teorema, se podrá demostrar formalmente el teorema de Pitágoras.

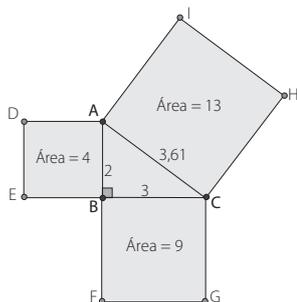
Sin embargo, en estas páginas se mostrará la validez del teorema usando GeoGebra, a través de material concreto y pictórico.

En Internet se pueden encontrar otras verificaciones del teorema que pueden ser muy atractivas para las y los estudiantes, por ejemplo en código GM8P100a en <http://codigos.auladigital.cl>, en el cual se muestra vaciando agua de los cuadrados de los catetos al cuadrado de la hipotenusa.

En el ejercicio 7 de la página 230, se puede observar una situación que es interesante para ser discutida con los y las estudiantes.

Todos los tríos de números del ejercicio corresponden a tríos pitagóricos, pero se podría proponer construir uno con catetos 2 u y 3 u como muestra el dibujo. Si se suman las áreas, se ve que cumple la relación: $4 + 9 = 13$, sin embargo si se consideran las medidas de los catetos del triángulo y se elevan al cuadrado se tiene:

$2^2 + 3^2 = 13$, sin embargo $3,61^2 = 13,0321$, es decir son distintos.



Se espera que las y los estudiantes sean capaces de deducir que la medida de la hipotenusa es $\sqrt{13}$. El valor de esa raíz no es exacta y GeoGebra la redondea a la centésima que es la precisión del programa.

Errores frecuentes

Uno de los errores más comunes que los y las estudiantes cometen se muestra en el ejercicio 13 (Descubre el error) de la página 231, este es, considerar que $a^2 + b^2 = (a + b)^2$.

Para evitar este error se pueden dar algunos ejemplos numéricos, por ejemplo:

$$5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

$$(5 + 7)^2 = 12^2 = 144$$

Si quiere dar una explicación más general recuerde a las y los estudiantes que en la unidad de álgebra ellos estudiaron que:

$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + y^2 + 2xy$, por lo tanto siempre habrá una diferencia de $2xy$, volviendo al ejemplo anterior:

$$144 - 74 = 70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$$

Información complementaria

Tríos pitagóricos.

En la tercera actividad de *Reflexiono*, se le pide a las y los estudiantes que entreguen más tríos pitagóricos. Si estima adecuado puede trabajar con ellos las siguientes fórmulas para producir tríos pitagóricos.

$2mn$; $m^2 - n^2$; $m^2 + n^2$ con $m > n$, m y n números naturales mayores que 1. Por ejemplo, valoricemos $m = 3$ y $n = 2$, entonces $2mn = 12$, $m^2 - n^2 = 5$ y $m^2 + n^2 = 13$, lo cual se puede comprobar: $12^2 + 5^2 = 169 = 13^2$

Una vez encontrado un trío como el del ejemplo, todo múltiplo de él también lo será, por ejemplo, 24, 10 y 26, 48, 20 y 52, etc.

Links de interés

Puzzles pitagóricos interactivos.

Código GM8P100b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Completa la tabla con los datos faltantes de cada triángulo rectángulo.

Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa
5 cm		13 cm
	15 cm	17 cm
8 cm	6 cm	
12 cm		15 cm

Nivel 2

2. Si el lado de un cuadrado mide a unidades, ¿cuánto mide su diagonal?

Lección 35: ¿Qué aplicaciones tiene el teorema de Pitágoras?

» **Propósito:** Aplicar el teorema de Pitágoras a la resolución de problemas.



» **Componentes:** páginas de la 232 a la 235 en el Texto, páginas 94 y 95 en el Cuaderno de ejercicios y RDC.

Orientaciones didácticas:

Como se dijo al comienzo de la sección, el teorema de Pitágoras tiene innumerables aplicaciones. Algunas se muestran en estas páginas y se complementan con las del Cuaderno de ejercicios.

La situación 4, de la página 233, habla del recíproco del teorema de Pitágoras. Es recomendable detenerse en este punto un momento porque las y los estudiantes tienden a pensar que una afirmación y su recíproca tienen siempre el mismo valor de verdad. El teorema nos dice que si tenemos un triángulo rectángulo entonces se cumple una relación entre las longitudes de los lados, usando lenguaje de la lógica esto sería: $p \Rightarrow q$, con p : el triángulo ABC es rectángulo y q : $a^2 + b^2 = c^2$.

La recíproca sería $q \Rightarrow p$ y habría que demostrar si es igualmente cierta. Puede constatar que es cierta pidiéndole a las y los estudiantes que trabajen algunos ejemplos en GeoGebra.

Si los y las estudiantes plantean que siempre que una implicación es correcta, la recíproca también lo será, puede presentar el siguiente contraejemplo sacado de la aritmética.

Si un número es múltiplo entero de 12 lo es también de 6. Esto es cierto porque todos los múltiplos de 12 son de la forma $12 \cdot p$, p un número natural, pero $12 \cdot p = 6 \cdot (2 \cdot p) = 6 \cdot q$, es decir el número es múltiplo de 6.

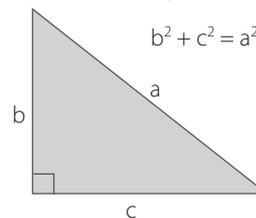
La recíproca sería que si un número es múltiplo entero de 6 lo es también de 12. Lo cual es falso porque, por ejemplo, 18 es múltiplo de 6, pero no de 12.

En la página 112 de esta guía encontrará un taller fotocopiable para las y los estudiantes donde se verá que las áreas de diferentes polígonos regulares construidos sobre los catetos y la hipotenusa también cumple la misma relación. El taller está pensado para ser trabajado en GeoGebra y permite a las y los estudiantes plantear conjeturas.

Errores frecuentes

Los errores más frecuentes en la aplicación del teorema de Pitágoras se dan en la ubicación de los catetos y la hipotenusa en el cálculo. Al memorizar la fórmula, algunos estudiantes suelen confundir las medidas de los lados del triángulo. Si conocen la fórmula $a^2 + b^2 = c^2$, pueden aplicarla indistintamente del triángulo planteado.

Por ejemplo, en el siguiente caso la longitud de la hipotenusa es a , no c , pero no siempre las y los estudiantes se percatan de eso y aplican la fórmula que memorizaron, sin hacer los ajustes necesarios.



Para evitar este error, en los ejemplos que presente a los alumnos no utilice las mismas letras o si las usa, hágalo en distintas posiciones.

Links de interés

Recurso para reforzar el teorema de Pitágoras.

Código GM8P101a en <http://codigos.auladigital.cl>

Recurso en línea sobre el teorema de Pitágoras.

Código GM8P101b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Se midieron, en centímetros, los lados de varios triángulos, ¿cuáles de ellos son rectángulos?

- 12, 16 y 20
- 13, 15, 17
- 15, 16 y 34
- 21, 22 y 23

Nivel 2

2. Resuelve los siguientes problemas.

- ¿Cuál es el área de un cuadrado si su diagonal mide 8 cm?
- La base de un triángulo isósceles mide 20 cm y su perímetro es 72 cm. ¿Cuánto mide su área?
- Un cable de 7 m de largo sujeta un poste de 5 m de altura. ¿A qué distancia del poste se ubica el extremo del cable?

Mural: GPS: ¿dónde nos encontramos?

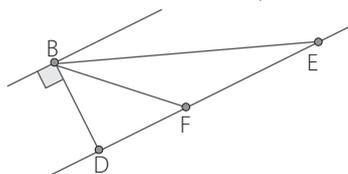
- » **Propósito:** Trabajar en equipo siendo proactivo, responsable y respetuoso.
- » **Componente:** páginas 236 y 237 en el Texto

Orientaciones didácticas:

Probablemente la mayoría de los y las estudiantes ha escuchado del GPS a través de los celulares o películas, por lo tanto el tema les resultará interesante como una última aplicación del teorema de Pitágoras.

Una de las preguntas en las actividades de estas páginas se refiere a por qué la distancia es la longitud perpendicular entre el satélite 1 y la recta que contiene los otros dos satélites. Sería conveniente darles a los y las estudiantes una pequeña explicación como la siguiente.

Las y los estudiantes saben que la distancia entre dos paralelas es constante, pero desde el punto B se pueden trazar infinitas rectas que intersectan la otra recta paralela (porque por un punto se pueden trazar infinitas rectas), solo que la perpendicular es la menor de todas ellas y esa se define como la distancia entre las paralelas.

**Habilidades y/o actitudes:**

Una de las habilidades propuestas para esta unidad es: *Evaluar la argumentación de otros, dando razones*. Esta habilidad se pondrá en juego cuando resuelvan los problemas presentados y cuando escuchen las conclusiones de sus compañeros y compañeras, si lo estima necesario podría conversar con ellos antes de comenzar la actividad.

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos y los objetivos de aprendizaje de esta sección.
- » **Componentes:** páginas 238 y 239 en el Texto y páginas 96 y 97 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Recuerde que las actividades de estas páginas se complementan con las del Cuaderno de ejercicios, en el cual las y los estudiantes encontrarán algunos consejos para superar las dificultades que se puedan presentar.

El ejercicio 2 se presenta para aquellos estudiantes que tiendan a memorizar las fórmulas sin comprenderlas.

Si quiere que el ejercicio 4 lo resuelvan las y los estudiantes utilizando material concreto, puede pedirles que utilicen una cuerda con nudos dispuestos a igual distancia.

**Resolución de problemas:
Identificar sub metas.**

- » **Propósito:** Resolver problemas utilizando diferentes estrategias.
- » **Componentes:** página 240 en el Texto y páginas 98 y 99 del Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Si le plantea a sus estudiantes el problema: determinar el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm, las y los estudiantes saben que deben aplicar la fórmula del área, es decir multiplicar la mitad de la base por la altura, al analizar el problema se deben dar cuenta que para resolverlo, necesitan primero determinar la altura del triángulo, por lo tanto esa será la submeta que necesitan resolver primero.

Cuando los y las estudiantes identifican estas submetas les permitirá definir un orden en la resolución del problema que aumentará su posibilidad de éxito.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de la sección.
- » **Componente:** página 241 en el Texto

Orientaciones didácticas:

Los y las estudiantes deben responder las preguntas, compartir sus conclusiones con sus compañeros y compañeras y comparar las metas propuestas en *Pienso mis procesos* con las declaradas en esta páginas y buscar las razones si es que alguna de ellas no fue lograda.

Uno de los objetivos que tienen estas páginas y las iniciales es que poco a poco las y los estudiantes sientan que ellas y ellos son los protagonistas de sus aprendizajes, que estos finalmente son de su propia responsabilidad.

En el portal de Educarchile se puede encontrar un pequeño artículo sobre este tema, si desea acceder a él utilice

Código GM8P102 en <http://codigos.auladigital.cl>

Antes de finalizar esta sección puede plantear una **discusión matemática** con sus estudiantes sobre los teoremas, sus demostraciones y cómo se construye la matemática en base a ellos.

» Propósito

Resolver problemas que involucren:

- Trasladar una figura 2D en el plano cartesiano a través de vectores de traslación.
- Reflejar una figura 2D en el plano.
- Rotar una figura 2D en el plano.
- Realizar transformaciones isométricas usando un software.
- Componer transformaciones isométricas y a las propiedades de los polígonos.

¿De qué se trata?

Desde el principio de los tiempos, todos los pueblos y culturas han utilizado traslaciones, giros y simetrías en el arte usando los movimientos en el plano y el espacio para crear resultados en formas de mosaicos u otros tipos de decoraciones geométricas.

En este nivel se terminará el tratamiento de las isometrías para continuar en 1.º Medio, en el cual las y los estudiantes trabajaran la homotecia, es decir, aquellas transformaciones que conservan la forma de las figuras transformadas pero cambiando proporcionalmente las longitudes de sus lados.

Podemos relacionar transformaciones isométricas a diversas situaciones de la vida cotidiana; como por ejemplo una persona subiendo una escalera mecánica, la posición de las baldosas en un mosaico o nuestro reflejo en un espejo, o como muestra el inicio de la sección, el estudio de los cristales de hielo.

La traslación, rotación y reflexión nos llevan a la combinación de ellas y estas a las teselaciones. Distintas culturas han utilizado esta técnica para formar pavimentos, como el teselado del Cairo, o muros de mosaicos en catedrales y palacios. Por todo esto es importante mostrar a los y las estudiantes distintas formas de arte que incluyan estas transformaciones, para acercar este contenido a sus vidas y así crear aprendizajes significativos y perdurables en el tiempo.

A lo largo de las lecciones, el trabajo de las y los estudiantes será apoyado por el uso de GeoGebra, procesador geométrico de fácil descarga y utilización. Numerosos estudios apoyan el uso de software de geometría dinámica principalmente porque les permite a los y las estudiantes investigar libremente, lo que los conlleva a plantear conjeturas y validarlas. Uno de estos estudios presenta el caso de dos alumnos resolviendo problemas de transformaciones con el uso de este software, lo puede encontrar en:

Código GM8P103 en <http://codigos.auladigital.cl>

Pienso mis procesos

La sección comienza con los y las estudiantes reflexionando sobre relacionar sus aprendizajes previos con los que trabajarán en esta sección junto con plantearse las metas que estimen lograr en las próximas lecciones.

¿Qué debo saber?

Desde los niveles iniciales se ha ido paulatinamente presentando a los y las estudiantes los conceptos de congruencia y transformaciones, pero en este nivel se formalizarán y trabajarán a un nivel más geométrico y menos intuitivo utilizando el plano cartesiano. Para reforzar los aprendizajes anteriores se pueden trabajar las páginas 245 y 246 del Texto.

Actividades

1. ¿De cuántas maneras puedes mover una figura en el plano sin cambiar su forma? Explica cada una de ellas.
2. ¿Qué significa que dos figuras sean congruentes?
3. ¿Qué es el plano cartesiano? ¿Cómo se construye?

Lección 36: ¿Qué es y cómo se realiza una traslación?

- » **Propósito:** Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al trasladarlas.
- » **Componentes:** páginas de la 246 a la 249 en el Texto y páginas 100 y 101 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Para la mayoría de las y los estudiantes las traslaciones no presentan grandes dificultades. Por lo tanto, el énfasis de esta lección se puso en profundizar un poco más el concepto de vector.

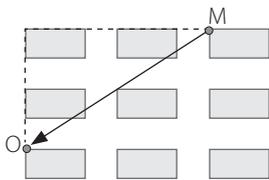
Los vectores son de gran importancia en otras áreas como la física, ya que describen una magnitud, una dirección y un sentido.

Puede comentar con las y los estudiantes que, por ejemplo, la velocidad es un vector cuya magnitud es la rapidez, esto es, cuando se dice que el automóvil va a 50 Km. por hora se está hablando de la magnitud del vector velocidad del automóvil.

Otro ejemplo del uso de vectores en física es la fuerza que actúa sobre un objeto.

Si estima conveniente puede utilizar como metáfora de vector traslación una escalera mecánica, esta tiene dos componentes de desplazamiento, uno horizontal y uno vertical. Una persona que se sube a la escalera se puede considerar como un punto que es trasladado por el vector.

También puede ilustrar un vector ordenando los bancos de la sala como muestra la figura y un estudiante que vaya de M a O moviéndose primero horizontalmente y luego verticalmente, su desplazamiento puede ser representado por el vector \vec{MO} .



Ahora que los y las estudiantes conocen el teorema de Pitágoras pueden calcular la magnitud del vector considerando este como la hipotenusa de un triángulo.

Información complementaria

Para realizar una traslación no es necesario hacer la representación gráfica. También lo podemos efectuar matemáticamente.

Sea $\vec{v} = (x, y)$ un vector de traslación y $A(x, y)$ el punto a trasladar.

$$A' = A + \vec{v}$$

$$A' = (x, y) + (a, b)$$

$$A' = (x + a, y + b)$$

$$x' = x + a, y' = y + b$$

Links de interés

Página informativa del concepto de friso.

Código GM8P104 en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Ubica en el plano cartesiano los siguientes puntos:

A(3, -1) C(-3, -3) E(-2, 0)

B(-2, -4) D(0, 3) F(2, -2)

Nivel 2

2. Dibuja un plano cartesiano y ubica los puntos A(0, 0), B(2, 2) y C(2, -2).

a. ¿Qué tipo de triángulo es?

b. Traslada el triángulo ABC 4 unidades a la izquierda y 4 hacia arriba. Nombra A'B'C' al triángulo imagen. ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo A'B'C'?

c. Si el triángulo A'B'C' es trasladado según el vector $(-36, -100)$, ¿cuáles serán sus coordenadas?

Lección 37: ¿Qué es y cómo se realiza una reflexión?

- » **Propósito:** Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al reflejarla.
- » **Componentes:** páginas de la 250 a la 253 en el Texto y páginas 102 y 103 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

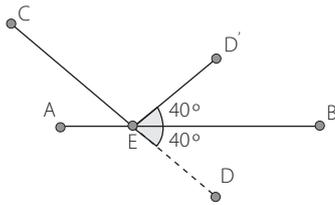
En las traslaciones las y los estudiantes necesitaban un vector para realizar la traslación; ahora necesitan un eje de simetría.

En la situación 2 de la página 251, discuta con los y las estudiantes sobre la necesidad de trazar las tres simetrales. Les puede preguntar ¿cuál es la cantidad mínima que se deben dibujar? y les puede indicar que en matemática se pide la cantidad de información necesaria y suficiente. Recuerde que debe pedir a las y los estudiantes que justifiquen sus respuestas.

En la página 253, en *Argumenta*, a través de la situación dada se les está pidiendo determinar si la reflexión es conmutativa. Recuérdeles que basta con un contraejemplo para probar que una afirmación es falsa.

La reflexión también tiene gran aplicación en la física, por ejemplo al estudiar la trayectoria de la luz o de objetos en movimiento que se desvían por un obstáculo, como se muestra en la figura de la página siguiente.

Puede mostrarles a las y los estudiantes el siguiente esquema. Un objeto (o un rayo de luz) se mueve en la trayectoria CD, choca con el obstáculo AB en E, tomando una nueva trayectoria sobre la recta ED'. La recta ED' es el reflejo de ED sobre AB.



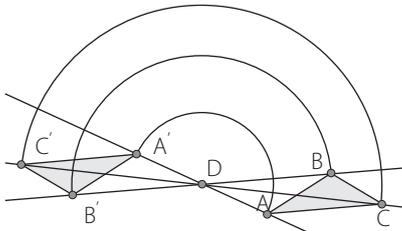
Si lo considera adecuado puede plantearle a las y los estudiantes que si se quiere calcular el menor recorrido desde el punto C a D pasando por algún punto de AB, este será considerando el segmento reflejado de ED.

Presente dos situaciones en que esto se utiliza. Como en el juego de billar, al golpear la pelota en C, esta golpea en E y rebotará según el segmento ED'. La segunda situación puede ser dos pueblos situados es C y D'; los caminos más cortos pasando por la carretera AB siguen la misma trayectoria descrita.

Ampliación y profundización didáctica:

No se incluye en esta lección la reflexión central que consiste en utilizar un punto, llamado centro de la simetría en vez de un eje.

Para construir una simetría central se trazan las rectas que contengan cada vértice y el centro D. Luego, con el compás con centro en D y radio AD se traza un arco determinando A'; se repite el proceso con B y C, determinando B' y C' respectivamente.



Links de interés

Juego para reflejar figuras.

Código GM8P105 en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Cuántos ejes de simetría tienen las siguientes figuras?

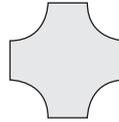
a.



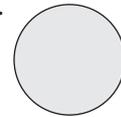
c.



b.



d.



Nivel 2

2. Completa la siguiente tabla:

Punto	Reflexión respecto al eje X	Reflexión respecto al eje Y
(3, -1)	(3, 1)	(-3, -1)
(-4, 0)		
	(7, 2)	
(1, 5)		
		(-6, 8)

3. ¿Cuáles con los vértices del triángulo que se obtiene al reflejar el triángulo ABC, de vértices A(2, 0), B(2, 7) y C(5, 4), con respecto al eje Y?

Lección 38: ¿Qué es y cómo se realiza una rotación?

- » **Propósito:** Describir la posición y el movimiento de figuras 2D al rotarlas.
- » **Componentes:** páginas de la 254 a la 257 en el Texto y páginas 104 y 105 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Lo primero que deben tener claro las y los estudiantes es que en las rotaciones se necesita un centro y un ángulo. La forma de asignar la dirección del giro puede resultar no intuitivo para las y los estudiantes; en *Ampliando* de la página 254 se dice que para que el giro sea positivo debe ser anti horario, es decir contra las manecillas del reloj. Si esto no resulta familiar para los y las estudiantes, puede agregar que es en el sentido en que se desatornilla, o el sentido en que normalmente se abre una llave de agua.

En *Reflexión* 1, se plantea el problema del centro de la rotación y las fórmulas para las coordenadas en ángulos dados. Recuerde a las y los estudiantes que basta un contra ejemplo para negar la validez de una afirmación.

Errores frecuentes

Los errores frecuentes en la rotación de figuras planas se dan, generalmente, en la rotación manual por medio de instrumentos. Es difícil entregar métodos o estrategias precisas para evitar dichos errores, ya que se refieren principalmente a la falta de precisión en la medición del trazo y ángulo, ayuda la práctica manual en superficies sin guías y en ángulos no comunes.

Links de interés

Video explicativo de la rotación de una figura en el plano cartesiano.

Código GM8P106a en <http://codigos.auladigital.cl>

Habilidades y/o actitudes:

Una de las actitudes declaradas para esta unidad es: Demostrar interés y rigurosidad en la resolución de problemas.

Una parte de la rigurosidad es el cuidado mostrado en las construcciones geométricas. Discuta con los estudiantes la importancia de la precisión de las medidas para validar los resultados obtenidos.

Actividades

Nivel 1

1. Si el punto $(1, 2)$ se rota en 150° , ¿en qué cuadrante se ubica su imagen?

Nivel 2

2. Realiza una rotación de los siguientes puntos, considerando como centro de rotación el origen del plano cartesiano.

Punto	90°	180°	270°
A(2, 10)			
B(-5, 0)			
C(-5, -3)			
D(-12, 8)			
E(-5, -1)			

Lección 39: ¿Cómo realizar transformaciones isométricas en un software?

- » **Propósito:** Realizar transformaciones isométricas en un software y verificar sus propiedades.
- » **Componentes:** páginas de la 258 a la 263 en el Texto y páginas 106 a 108 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Para realizar el trabajo de esta lección los estudiantes deben tener acceso a computadores en los cuales previamente haya sido cargado el programa GeoGebra.

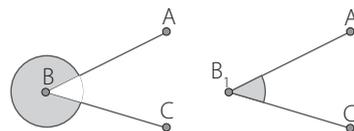
La lección permitirá realizar las transformaciones básicas pero también se pueden plantear algunas preguntas para que los y las estudiantes realicen algunas investigaciones como las siguientes.

- En un rectángulo, ¿las diagonales son ejes de simetría?
- Se quiere construir un pentágono regular a partir un triángulo, ¿qué condiciones debe cumplir dicho triángulo? ¿Cómo se puede construir?

Recuerde que las actividades del Cuaderno de ejercicios están pensadas para que los y las alumnas resuelvan problemas en el laboratorio de computación.

Errores frecuentes

Muchas veces los y las estudiantes realizan las construcciones en el sentido contrario al deseado, por ejemplo al medir el ángulo ABC como se muestra en la figura.



Recuérdelos que las construcciones en GeoGebra se realizan en sentido anti horario. En el ejemplo el orden para medir el ángulo deseado sería CBA.

Información complementaria

En la página de código: GM8P106b en <http://codigos.auladigital.cl> correspondiente a GeoGebra, se puede acceder a Recursos, esto es una librería virtual de material que profesores han subido para ser utilizado por quien lo desee. Se pueden buscar recursos sobre temas específicos, por ejemplo, transformaciones isométricas.

Ampliación y profundización didáctica:

El uso de programas computacionales tiene grandes ventajas, es indudable, pero también es importante el uso de regla y compás para las construcciones. En el siguiente enlace puede encontrar la descripción de varios procesadores geométricos, sus ventajas y también sus desventajas.

Código GM8P106c en <http://codigos.auladigital.cl>

Links de interés

Manual básico de GeoGebra, lo puede bajar a los computadores, de manera que los y las estudiantes puedan acceder a él.

Código GM8P107a en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Realiza una construcción en GeoGebra siguiendo estos pasos:

- Grafica con la herramienta polígono, la figura de vértices (9, 2), (9, 4), (7, 4), (7, 5), (5, 3), (7, 1) y (7, 2).
- ¿La figura que graficaste representa una flecha? Si no es así, revisa cada punto.
- Refleja la figura según el eje X.
- Traslada la figura obtenida en el paso anterior según el vector (3, -1).
- Rota la figura obtenida en 90°, con sentido horario y centro de rotación en el origen del plano cartesiano.

Escribe los vértices de la figura final.

Lección 40: ¿Cómo componer transformaciones isométricas?

- » **Propósito:** Resolver problemas relacionados con la composición de transformaciones isométricas.
- » **Componentes:** páginas de la 264 a la 269 en el Texto y páginas 109 a 111 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

El objetivo de esta lección es que las y los estudiantes encuentren algunas generalizaciones en la composición de transformaciones. Estas composiciones pueden ser realizadas tanto manualmente como en el procesador geométrico. Dependiendo de las características del grupo curso, puede decidir la modalidad más adecuada para sus estudiantes.

Cualquiera sea su decisión puede trabajar esta lección organizando a las y los alumnos en grupos de manera que puedan desarrollar las actividades en forma colaborativa.

Actividad evaluativa del proceso:

En esta lección se resumen las tres transformaciones básicas aplicándolas a situaciones que exigen combinarlas, por lo tanto es una oportunidad de observar el desempeño de los y las estudiantes.

Ampliación y profundización didáctica:

El trabajo cooperativo o colaborativo es más que solamente trabajo en grupo y permite aprendizajes significativos. Si desea aprender sobre esa forma de trabajo puede leer el artículo en el siguiente enlace.

Código GM8P107b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Aplica una traslación al segmento de extremos A(2, 2) y B(-1, 1) según el vector $\vec{u} = (4, 1)$. Luego, traslada el segmento obtenido según el vector $\vec{v} = (-3, 1)$. ¿Es posible expresar ambas traslaciones como una sola aplicada al segmento AB?
2. Aplica una rotación en sentido antihorario al triángulo de vértices A(3, 2), B(-2, 0) y C(5, -1) con centro en el origen y ángulo de 90°. Luego, rota el triángulo imagen con centro en el origen y ángulo de 60° (antihorario). ¿Es posible expresar ambas rotaciones como una sola aplicada al triángulo ABC?

Nivel 2

3. Explica por qué la composición de dos reflexiones respecto a distintas rectas no es equivalente a realizar solo una reflexión respecto a alguna recta.

Lección 41: ¿Cómo realizar teselaciones?

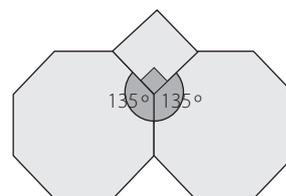
- » **Propósito:** Aplicar las transformaciones isométricas para realizar teselaciones.
- » **Componentes:** páginas de la 270 a la 273 en el Texto y páginas 112 y 113 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Se recomienda que esta lección sea trabajada como un taller y en los computadores. Recuerde que las actividades del Texto se complementan con las del Cuaderno de ejercicios.

Para las y los estudiantes que realicen las actividades en el computador el objetivo final es responder la pregunta ¿Qué condición es necesaria para teselar el plano?

Ellas y ellos deben llegar a la conclusión de que cualquier combinación de polígonos sirve, siempre y cuando formen un ángulo de 360° con sus vértices como muestra la figura.



Mientras parte de las y los estudiantes están trabajando en los computadores otra parte puede crear una teselación con las instrucciones dadas en la actividad complementaria que se muestra más adelante.

Información complementaria

Escher fue un artista europeo que logró crear patrones matemáticos con figuras que representan generalmente animales. Estos patrones son figuras irregulares que nacen a partir de la modificación de cuadrados y triángulos manteniendo su superficie. Para tener más información y ver la demostración del proceso, visite:

Código GM8P108a en <http://codigos.auladigital.cl>

Links de interés

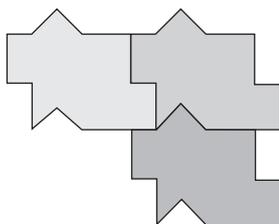
Video explicativo de teselaciones.

Código GM8P108b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. **Materiales:** papel lustre, tijeras y cartulina. **Instrucciones:** recorta partes de un rectángulo de papel lustre y pégalas en el lado opuesto, por ejemplo como muestra la figura. También pueden ser curvas. Cuando tengas tu patrón hecho, combina colores y tesela la cartulina.



Mural: GPS: Isometrías en la naturaleza: Los panales de las abejas.

- » **Propósito:** Trabajar en equipo siendo proactivo, responsable y respetuoso.
- » **Componente:** páginas 274 y 275 en el Texto

Orientaciones didácticas:

El tema de las teselaciones se trabajó desde el punto de vista del arte, desde los antiguos frisos hasta las figuras de Escher. Se termina la sección con las abejas y las formas utilizadas para construir sus colmenas.

Links de interés

Documento de Indap sobre tipos de abejas, panales y producción de miel en Chile.

Código GM8P108c en <https://codigos.auladigital.cl>

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Aplicar los aprendizajes de la sección en la resolución de problemas.
- » **Componentes:** páginas 276 y 277 en el Texto y páginas 114 y 115 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Se sugiere trabajar estas páginas en parejas de estudiantes. Como las actividades están organizadas por lección, pídale a las y los estudiantes que hagan un pequeño resumen de los contenidos de cada una.

Además de repasar los contenidos y comprobar los logros de los diferentes aprendizajes propuestos, los preparará para las actividades de cierre de la unidad.

Resolución de problemas: Aplicar procesos reversibles

- » **Propósito:** Conocer y aplicar nuevas estrategias de resolución de problemas.
- » **Componentes:** página 278 en el Texto y páginas 116 y 117 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas:

Como se explica en el Texto, hay problemas que describen los pasos de una situación o la situación final de ella y se pide la situación inicial.

En el ejemplo del Texto se indica la trayectoria y el punto final, pidiendo el punto de partida. En el Cuaderno de ejercicios, por su parte, se trabaja con tiempos en el proceso.

Esta actividad se complementa con las del Cuaderno de ejercicios que van más allá del ejemplo dado en el Texto.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Analizar el trabajo realizado en la sección.
- » **Componente:** páginas 279 en el Texto

Orientaciones didácticas:

Recuerde que a través de la discusión las y los estudiantes toman conciencia de sus propios procesos de aprendizajes, y el profesor toma el rol de moderador de esta discusión.

Sintetizo mis aprendizajes

Como se dijo en las unidades anteriores, el mapa conceptual propuesto en el Texto es una sugerencia. Para realizar un mapa conceptual los y las estudiantes deben aclarar los conceptos y sobre todo trabajar las conexiones que existen entre ellos, por esto es una buena manera de estudiar. Siempre es mejor que esta actividad y la siguiente sea realizada por dos o tres compañeros, dependiendo de la cantidad de estudiantes en la sala.

Si le interesa el trabajo con mapas conceptuales, puede leer el artículo de Educar Chile que se encuentra en el siguiente enlace,

Código GM8P109a en <http://codigos.auladigital.cl>

Después del mapa conceptual, viene la actividad de preguntas y respuestas entre los miembros del grupo. Indíqueles que la pregunta del Texto es solo un ejemplo y ellos deben plantearle a su compañero o compañera a lo menos tres más por cada sección y responder otras tantas.

Refuerzo mis aprendizajes

Permita que los y las estudiantes que formaron grupo para la actividad anterior continúen trabajando juntos, puesto que ya determinaron los temas en que presentaron posibles problemas.

Las actividades están organizadas por tema, por lo tanto, otra modalidad de trabajo podría ser confeccionar el mapa conceptual de una sección, plantear y responden las preguntas referentes a esa misma sección y resolver las actividades correspondientes de estas páginas.

Otra actividad complementaria a las presentadas en el Texto es pedirles a las y los estudiantes que creen un problema por tema para presentarle a su compañera o compañero de grupo. El siguiente artículo brinda una base teórica a la creación de problemas matemáticos, además de nombrar algunas de sus ventajas, Código GM8P109b en <http://codigos.auladigital.cl>

¿Qué aprendí?

La última actividad de la unidad es la evaluación. Se presentan diferentes tipos de estímulos, verdadero o falso, ítems de selección y resolución de problemas. Esto con el objetivo de cubrir los indicadores de evaluación, habilidades y actitudes propuestos para los objetivos de aprendizaje en esta unidad.

Se sugiere realizar las actividades propuestas en los RDC.

Parte de las actividades se pueden organizar como una autoevaluación, otras necesitan el apoyo del docente para que las y los estudiantes determinen los niveles de logro correspondientes a cada indicador. Para ello puede utilizar las tablas de especificaciones y listas de cotejo que se pueden encontrar en el anexo 3 de esta guía.

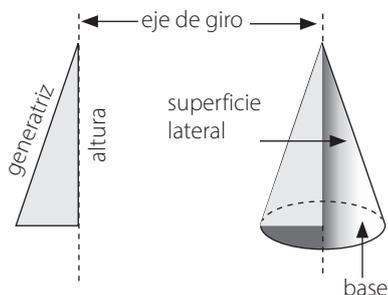
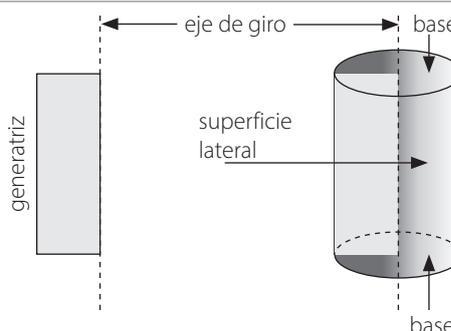
Recuerde en el Cuaderno de ejercicios, en las páginas 118 y 119, puede encontrar otra evaluación que puede ser utilizada como reforzamiento, también puede utilizar las actividades presentadas en el RDC.



Sólidos de revolución

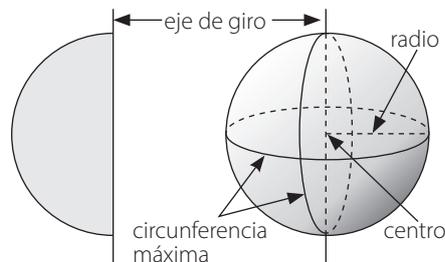
Un sólido de revolución es una figura 3D que se asocia a la rotación de una superficie plana alrededor de una recta, llamada eje de revolución, contenida en el mismo plano. En principio, cualquier cuerpo con simetría axial es un sólido de revolución.

El cilindro: Se genera a partir de un rectángulo que es rotado sobre un eje de giro que corresponde a uno de sus lados, generando dos bases circulares y una superficie lateral curva.

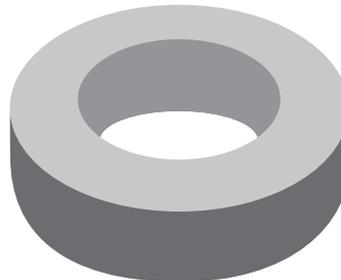
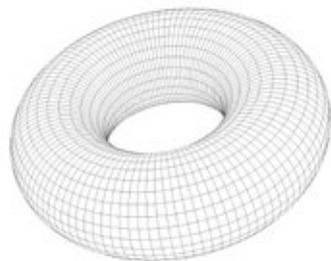


El cono: Se genera a partir de un triángulo rectángulo que es rotado sobre un eje de giro que corresponde a uno de sus catetos, generando una base circular y una cúspide. La hipotenusa será la generatriz que creará la superficie lateral curva.

La esfera: Se genera a partir de un semicírculo que es rotado sobre un eje de giro que corresponde a su diámetro.



No es necesario que el eje de rotación coincida con la figura dada, por ejemplo en el toro y el toroide de revolución la figura que se rotó estaba a una distancia constante del eje.



¿Puede determinar qué figuras rotaron para producir cada uno de estos sólidos?

¿Para qué enseñar geometría?

Con esa pregunta comienza el libro “La enseñanza de la geometría”. Una primera respuesta o aproximación a su respuesta es que la geometría es la matemática que modela el espacio que percibimos, por lo tanto es necesario que los y las estudiantes lo comprendan, pero en un segundo nivel permite que las y los estudiantes se abstraigan de ese espacio para deducir y manejar las relaciones entre sus elementos.

En un tercer nivel de la respuesta está el desarrollo de habilidades que los autores definen como propias de la geometría, estas son las visuales, de comunicación, de aplicación y lógicas. Para el logro de estas habilidades se definen tres tipos de tareas, la primera de ellas es la de conceptualización, es decir se refiere a la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. El segundo tipo de tarea es la de investigación, la cual se entiende como aquella en las que la o el estudiante indaga acerca de las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de dotarlas de significados. Finalmente, la tarea de demostrar donde se le pide a los y las estudiantes elaborar conjeturas o procedimientos de resolución de un problema que después tendrán que explicar, probar o demostrar.

Para más información sobre el tipo de actividades correspondientes a cada una de las tareas anteriores y su organización para la enseñanza de la geometría, puede encontrar este libro en código GM8P111a en <http://codigos.auladigital.cl>.

Es reconocido el aporte del matrimonio van Hiele, ambos profesores de matemática holandeses, a la didáctica de la geometría. El modelo que ellos proponen se aplica a cualquier contenido de la geometría y explica la evolución del razonamiento geométrico de los y las estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor.

Dentro de cada nivel y para guiar al docente en el diseño y organización de las experiencias de aprendizaje adecuadas, se definen cinco fases por las que cada estudiante debe

pasar para ir de un nivel al siguiente. Estas son: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración.

En cuanto a la evaluación, los van Hiele proponen que más importante que lo correcta o incorrecta de la respuesta dada por los y las estudiantes, son las razones que dan para justificarla, puesto que de esa manera se puede detectar la fase y el nivel en que se encuentran.

Para una descripción más detallada de los niveles, fases y evaluación definidas por los van Hiele puede referirse al siguiente enlace código GM8P111c en <http://codigos.auladigital.cl>

Sea cual sea el modelo de enseñanza o nuestra respuesta personal al para qué enseñar geometría, no se puede negar el cambio producido por la introducción de los procesadores geométricos en la sala de clase. Se afirma que la geometría dinámica, trabajada en procesadores, produce un puente entre el mundo visual y el mundo matemático o abstracto.

El uso de GeoGebra, Cabri o cualquier otro procesador geométrico permite a las y los estudiantes la exploración y la sistematización lo cual redundará en un mayor nivel de argumentación y por lo tanto concebir el estudio de la geometría más como sistematización y verificación sistemática de propiedades que su memorización.

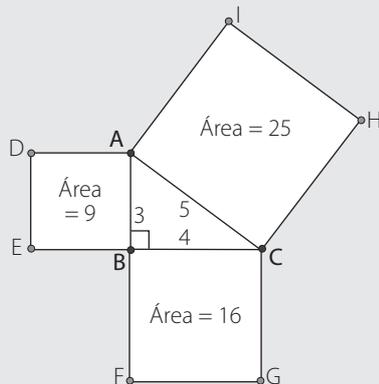
Un interesante estudio realizado a nivel de sala de clase con experiencias de enseñanza aprendizaje llevadas a cabo con la utilización de procesadores geométricos, se puede encontrar digitando el código GM8P111b en <http://codigos.auladigital.cl>.

Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

Más sobre el teorema de Pitágoras

Para realizar este taller necesitas un computador con el programa GeoGebra instalado en él.

En una de las lecciones sobre el teorema de Pitágoras dibujaron un triángulo rectángulo y sobre sus catetos e hipotenusa construyeron cuadrados para validar dicho teorema, como muestra la figura. En este trabajo harán otras construcciones relacionadas con el teorema.



1. En una hoja de GeoGebra dibujen un triángulo rectángulo, puede ser de catetos 3 y 4 e hipotenusa 5 unidades. Con la herramienta "polígonos regulares" dibujen sobre los tres lados triángulos equiláteros y con la herramienta "área" midan las áreas de los triángulos. Registren los datos obtenidos en la tabla del punto 3.
2. Repitan el punto 1, pero con pentágonos y hexágonos regulares anotando los datos en la tabla.
3. Anoten en esta tabla los datos obtenidos en los puntos 1 y 2.

Polígono	Área sobre cateto 1	Área sobre cateto 2	Área sobre hipotenusa
Cuadrado	16 u ²	9 u ²	25 u ²
Triángulo			
Pentágono			
Hexágono			

4. Respondan las siguientes preguntas.

a. ¿Qué relación encuentran entre las áreas de los polígonos?

b. Escriban una conjetura que generalice el teorema de Pitágoras.

5. En una hoja de GeoGebra dibujen un triángulo rectángulo y con la herramienta "polígonos" dibujen polígonos no regulares sobre los catetos, pueden ser triángulos. Luego midan las áreas de los polígonos así construidos.

a. ¿Se cumple la misma relación observada con los polígonos regulares? Escribe una conjetura sobre tu descubrimiento.

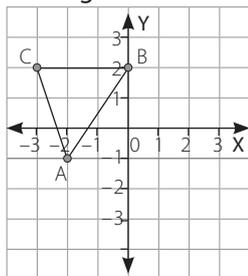
Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

I. Marca la alternativa que consideres correcta.

- ¿Cuánto papel se necesita, como mínimo, para envolver una caja cúbica cuya arista mida 8 cm?
 - 384 cm^2
 - 480 cm^2
 - 512 cm^2
 - 640 cm^2
- Si el área basal de un cilindro recto es $144\pi\text{ cm}^2$ y la longitud de su altura es 15 cm, ¿cuál es el área lateral del cilindro?
 - $180\pi\text{ cm}^2$
 - $225\pi\text{ cm}^2$
 - $360\pi\text{ cm}^2$
 - $450\pi\text{ cm}^2$
- Se construye una piscina con forma de paralelepípedo de 10 m de largo, 8 m de ancho y 1,5 m de profundidad. ¿Cuál es la capacidad máxima de agua que puede contener la piscina?
 - 12 m^3
 - 120 m^3
 - 150 m^3
 - 1200 m^3
- El diámetro de una lata de bebida es 6 cm y su altura es 12 cm. ¿Cuál es su volumen? ($\pi = 3,14$)
 - $33,12\text{ cm}^3$
 - 34 cm^3
 - $39,12\text{ cm}^3$
 - $339,12\text{ cm}^3$
- Un estanque de forma cilíndrica tiene un radio de 5 m y una altura de 7 m. ¿Cuál es su volumen? ($\pi = 3,14$)
 - $109,9\text{ m}^3$
 - 175 m^3
 - $219,8\text{ m}^3$
 - $549,5\text{ m}^3$
- Se necesita reemplazar el ventanal de una vitrina con un vidrio de las siguientes medidas: altura 3 m, ancho 1,5 m y el espesor es de 0,5 cm. ¿Cuál es el volumen del vidrio del ventanal?
 - $225\,000\text{ cm}^3$
 - $22\,500\text{ cm}^3$
 - 750 cm^3
 - 75 cm^3
- Según sus lados, ¿cuál de los siguientes es un triángulo rectángulo?
 - 2 cm – 3 cm – 4 cm
 - 4 cm – 5 cm – 6 cm
 - 6 cm – 8 cm – 12 cm
 - 5 cm – 12 cm – 13 cm
- Si una escalera de 10 m de longitud es apoyada sobre un muro a una altura de 8 m, ¿a qué distancia del muro se encuentra la base de la escalera?
 - 6 m
 - 7 m
 - 8 m
 - 9 m
- La longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo es 26 cm y uno de sus catetos mide 10 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto?
 - 12 cm
 - 13 cm
 - 24 cm
 - 25 cm
- Si un cuadrado tiene un perímetro de 20 cm, ¿cuál de las siguientes medidas es más próxima a la longitud de su diagonal?
 - 4 cm
 - 5 cm
 - 6 cm
 - 7 cm
- Con respecto a un triángulo rectángulo, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
 - Conociendo la hipotenusa, se pueden calcular las medidas de los catetos.
 - Conociendo el cuadrado de la hipotenusa, es posible calcular las medidas de los catetos.
 - Conociendo la diferencia de los cuadrados de los catetos, es posible calcular la medida de la hipotenusa.
 - Conociendo la medida de un cateto y de la hipotenusa, se puede calcular la longitud del cateto restante.

II. Resuelve los siguientes ejercicios

1. Responde las preguntas utilizando la información de la siguiente imagen:



a. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del triángulo ABC?

R: _____

b. Si el triángulo ABC es trasladado según el vector $(1, -2)$ ¿cuáles son las coordenadas de la imagen?

R: _____

2. El punto A(3, 4) es reflejado respecto al eje Y. ¿Cuáles son las coordenadas del punto imagen?

R: _____

3. En el plano cartesiano se dibuja una figura de vértices A (3, 4), B (3, 8), C (7, 8) y D (7,4). Si a la figura ABCD se le aplica una traslación según el vector $(-3, 2)$ ¿cuáles serían las nuevas coordenadas?

R: _____

4. Al punto A(5, 9) se le aplicó una traslación, dando origen al punto A'(2, 2). ¿Cuál fue el vector de la traslación?

R: _____

5. Si al punto A(3, 8) se le aplica una traslación según el vector $(-4, 2)$ ¿cuál es el punto resultante?

R: _____

6. Al punto Z(8, 4) se le aplica una rotación en 270° con sentido antihorario y centro de rotación en el origen. ¿Cuál es el punto resultante?

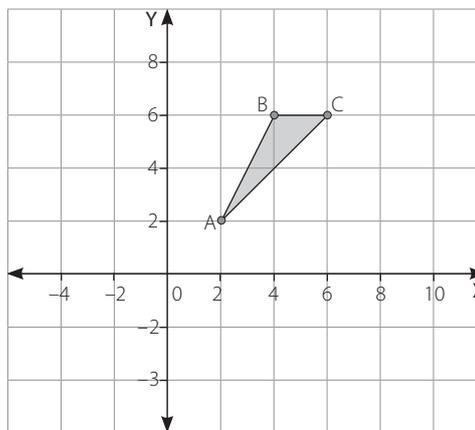
R: _____

7. Determina cuáles de las siguientes frases son correctas, colocando una V si son verdaderas o una F si son falsas.

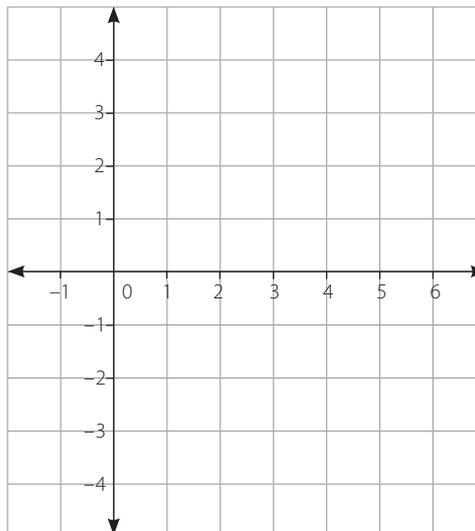
- a. _____ En el sentido antihorario significa a favor de las manecillas del reloj.
- b. _____ Para realizar la traslación de una figura se necesita un eje de simetría.
- c. _____ Para realizar la rotación de una figura se necesita un punto y un ángulo.
- d. _____ Al realizar dos traslaciones el resultado es una reflexión.

8. En el plano cartesiano realiza la traslación del triángulo ABC según el vector $(-1, 2)$ y luego al triángulo resultante se le aplica otra traslación según el vector $(-4, -2)$. ¿Qué único vector describe ambas traslaciones?

R: _____

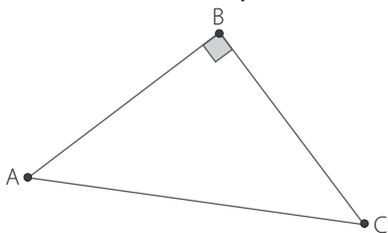


9. Aplica una reflexión con respecto al eje X sobre la figura cuyos vértices son A (2, 2), B (5, 1) y C (5, 4), ¿cuáles serían las coordenadas resultantes?



III. Resuelve los siguientes problemas, mostrando su desarrollo.

1. Antonio está parado en el punto A a 12 m de la pelota ubicada en B, por otra parte Claudia, que está en el punto C, está a 16 m de la pelota. ¿A qué distancia se encuentran Claudia y Antonio?

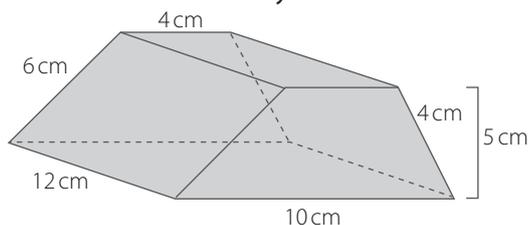


R: _____

2. Don Raúl construyó una ventana rectangular. Las dimensiones de la ventana son 0,9 m de ancho, 1,2 m de alto y la diagonal mide 1,6 m. ¿Está bien construida? Justifica tu respuesta.

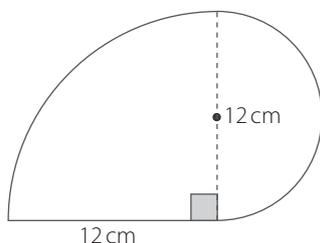
R: _____

3. Encuentra el área total y el volumen del sólido de la figura.



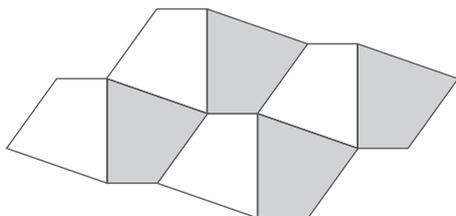
R: _____

4. La figura muestra la base de un florero de 22 cm de altura. ¿Cuánta agua, máximo se puede poner en el florero? (Aproxima π a 3,14)



R: _____

5. ¿Qué transformaciones se utilizaron para realizar el teselado de la figura?



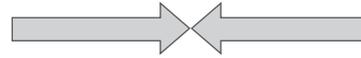
R: _____

I. Marca la opción correcta.

- ¿A cuántos metros cúbicos corresponden 135 cm^3 ?
 A. $0,135 \text{ m}^3$
 B. $0,0135 \text{ m}^3$
 C. $0,00135 \text{ m}^3$
 D. $0,000135 \text{ m}^3$
- Un prisma rectangular mide 18 cm de largo, 7 cm de ancho y 4 cm de alto. ¿Cuál es su área total?
 A. 100 cm^2
 B. 344 cm^2
 C. 340 cm^2
 D. 452 cm^2
- Si la diagonal de un cuadrado mide $\sqrt{400} \text{ cm}$, ¿cuánto mide el lado?
 A. 2 cm
 B. 10 cm
 C. 20 cm
 D. 100 cm
- ¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?
 A. 0
 B. 2
 C. 4
 D. 6
- El punto $A(-9, -3)$ se rota en 180° y centro en el origen. ¿Cuál es el punto resultante?
 A. $A'(9, 3)$
 B. $A'(-9, 3)$
 C. $A'(9, -3)$
 D. $A'(-3, -9)$
- Se realiza una teselación con un solo tipo de figura. ¿Cuál de los siguientes polígonos no es posible que se usara?
 A. Triángulo rectángulo.
 B. Hexágono regular.
 C. Pentágono regular.
 D. Cuadrado.

II. Resuelve los siguientes ejercicios.

- ¿A qué transformaciones isométricas corresponde la figura?

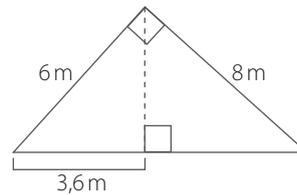


R: _____

- Al triángulo ABC de vértices $A(3, 3)$, $B(5, 1)$ y $C(2, 1)$ se le aplica una reflexión respecto al eje Y. Luego, la imagen se traslada mediante el vector de coordenadas $(4, 0)$. ¿Cuáles son los vértices del triángulo final?

R: _____

- La siguiente imagen representa las caídas de agua del techo de una casa. ¿Cuál es la altura del techo?



R: _____

- En un gimnasio, la piscina contiene agua hasta $\frac{3}{4}$ de su capacidad y sus dimensiones son 8 m de largo por 4 m de ancho y $2,5 \text{ m}$ de profundidad. ¿Cuántos litros de agua contiene?

R: _____

- Un tipo de estufa calienta entre 70 a 75 m^3 . Si una sala tiene 8 m de largo, $4,5 \text{ m}$ de ancho y $2,5 \text{ m}$ de alto, ¿se alcanza a calentar con una de estas estufas? Justifica tu respuesta.

R: _____

- El contenedor de un barco tiene una capacidad de 33 m^3 , su largo es de $5,9 \text{ m}$ y su ancho de $2,34 \text{ m}$, ¿cuál es su altura?

R: _____

Actividades

Sección 7

¿Qué debo saber? (página 95)

- a. 12,6 cm; b. 18,8 cm
- a. 30 cm²
- 113,1 cm²
- 50,3 m²

Lección 29 (página 96)

Nivel 1

1.

Cuerpo	Caras basales	Caras laterales	Vértices	Aristas
Prisma hexagonal	2 hexágonos	6 rectángulos	12	18
Prisma pentagonal	2 pentágonos	5 rectángulos	10	15
Prisma cuadrangular	2 cuadrados	4 rectángulos	8	12
Pirámide cuadrada	1 cuadrado	4 rectángulos	5	8
Prisma triangular	2 triángulos	3 rectángulos	6	9

Nivel 2

- Respuesta variable dependiendo del tamaño de los datos y del cuaderno.

Lección 30 (página 97)

Nivel 1

- a. 3375 cm³; b. 0,064 m³; c. 24 mm³; d. 130 m³

Nivel 2

- a. 4 cm; b. 300 π cm³; c. 360 cm³

Lección 31 (página 97)

Nivel 1

- a. Prisma triangular; b. Perímetro; c. Ocho

Nivel 2

- C

Lección 32 (página 98)

Nivel 1

- a. 680 cm²; b. 502,4 cm²

Nivel 2

- 530 cm²

Lección 33 (página 99)

Nivel 1

- a. 10 frascos; 10 frascos; 5 frascos y sobran 375 cm³;
b. Prisma cuadrangular y cilindro; c. Usando el frasco en forma de prisma triangular.

Nivel 2

- 42,75π cm
- 1 : 4

Sección 8

¿Qué debo saber? (página 101)

- a. 13; b. 6; c. 7; d. 1² y 4²
- a. 4; b. 25; c. 13; d. 8
- a. 4 y 5; b. 5 y 6; c. 10 y 11; d. 15 y 16

Lección 34 (página 102)

Nivel 1

Cateto 1	Cateto 2	Hipotenusa
5 cm	12 cm	13 cm
8 cm	15 cm	17 cm
8 cm	6 cm	10 cm
12 cm	9 cm	15 cm

Nivel 2

- d = α√2 unidades

Lección 35 (página 103)

Nivel 1

- Solo a

Nivel 2

- a. 32 cm²; b. 240 cm²; c. 4,9 m²

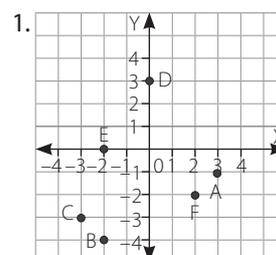
Sección 9

¿Qué debo saber? (página 105)

- Traslaciones, rotaciones y reflexiones.
- Figuras idénticas, igual forma y tamaño.
- Dos rectas numéricas que se intersecan en el punto (0, 0)

Lección 36 (página 106)

Nivel 1



Nivel 2

2. a. Es un triángulo rectángulo isósceles; b. $A'(-4, 4)$, $B'(-2, 6)$ y $C'(-2, 2)$; c. $A'(-40, -96)$, $B'(-38, -94)$ y $C'(-38, -98)$.

Lección 37 (página 107)

Nivel 1

1. a. 5; b. 8; c. 4; d. Infinitos

Nivel 2

2.

Punto	Reflexión respecto al eje X	Reflexión respecto al eje Y
(3, -1)	(3, 1)	(-3, -1)
(-4, 0)	(-4, 0)	(4, 0)
(7, -2)	(7, 2)	(-7, -2)
(1, 5)	(1, -5)	(-1, 5)
(6, 8)	(6, -8)	(-6, 8)

3. Los nuevos vértices son: $A'(-2, 0)$, $B'(-2, 7)$ y $C'(-5, 4)$.

Lección 38 (página 108)

Nivel 1

1. En el tercer cuadrante.

Nivel 2

2.

Punto	90°	180°	270°
A(2, 10)	(-10, 2)	(-2, -10)	(10, -2)
B(-5, 0)	(0, -5)	(5, 0)	(0, 5)
C(-5, -3)	(3, -5)	(5, 3)	(-3, 5)
D(-12, 8)	(-8, -12)	(12, -8)	(8, 12)
E(-5, -1)	(1, -5)	(5, 1)	(-1, 5)

Lección 39 (página 109)

Nivel 1

1. $(-3, -12)$, $(-5, -12)$, $(-5, -10)$, $(-6, -10)$, $(-4, -8)$, $(-2, -10)$ y $(-3, -10)$.

Lección 40 (página 109)

Nivel 1

1. Es posible. La traslación se realizaría según el vector (1, 2)
 2. Es posible. La rotación se realizaría en torno al origen con un ángulo de 150° (90° + 60°).

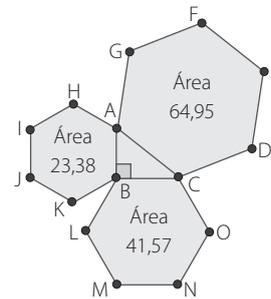
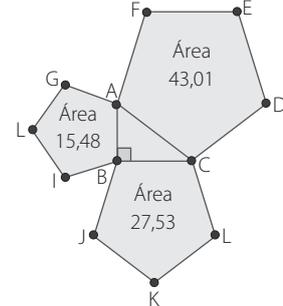
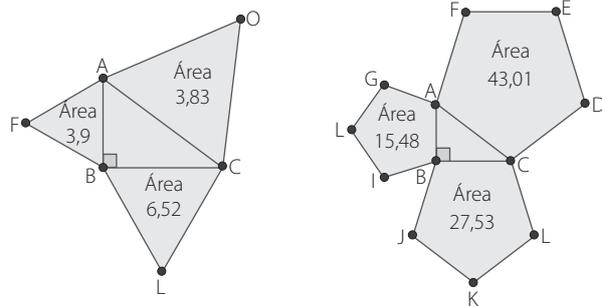
Nivel 2

3. Respuesta variable. Por ejemplo, pueden realizar una reflexión respecto al eje X y luego otra respecto al eje Y. Esta composición es equivalente a una simetría central en torno al origen (o bien, una rotación en 180°).

Actividad complementaria (página 114)

Para la evaluación del taller se considera la siguiente rúbrica de cuatro niveles.

Nivel Destacado: Los y las estudiantes utilizan GeoGebra para realizar correctamente las construcciones pedidas y registran los datos en la tabla.



Polígono	Área sobre cateto 1	Área sobre cateto 2	Área sobre hipotenusa
Cuadrado	16 u ²	9 u ²	25 u ²
Triángulo	3,9 u ²	6,9 u ²	10,8 u ²
Pentágono	15,5 u ²	27,5 u ²	43 u ²
Hexágono	23,4 u ²	41,6 u ²	65 u ²

Finalmente conjeturan que la suma de las áreas de polígonos regulares construidos sobre los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al área del mismo polígono construido sobre la hipotenusa.

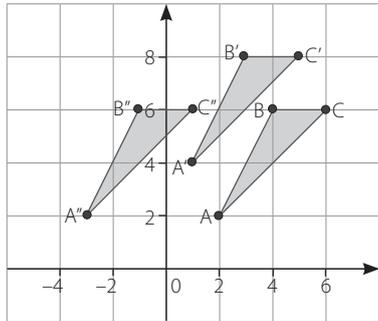
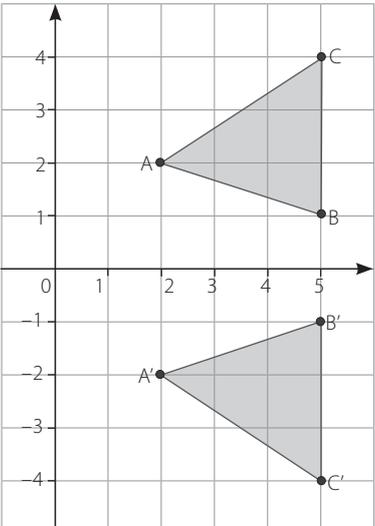
También concluyen que esto se cumple solo para polígonos regulares.

Nivel Competente: Realizan las construcciones pero no logran plantear adecuadamente las conjeturas.

Nivel Básico: Logran hacer las construcciones pero no plantean las conjeturas ni responden las preguntas.

Nivel Incompetente: No cumplen con ninguna de las tareas propuestas.

Evaluación de la unidad (páginas 115 a 117)

Indicador	Número de pregunta con su respuesta
Calculan el área y el volumen de prismas y cilindros.	I. 1. (A), 2. (A), 3. (B), 4. (D), 5. (D), 6. (B) III. 3. 420 cm^2 y 382 cm^2 4. $3\,730,32\text{ cm}^3$
Comprende y aplican el teorema de Pitágoras.	I. 7. (D), 8. (A), 9. (C), 10. (D), 11. (D) III. 1. 20 m 2. No, la diagonal debería medir 1,5 m.
Comprenden y aplican transformaciones isométricas.	II. 1. a. $A(-2, -1), B(0, 2), C(-3, 2)$; b. $A(-1, -3), B(1, 0), C(-2, 0)$ 2. $(-3, 4)$ 3. $A(0, 6), B(0, 10), C(4, 10), D(4, 6)$ 4. $(-3, -7)$ 5. $A'(-1, 10)$ 6. $Z'(4, -8)$ 7. F, F, V, F 8. $(-5, 0)$  9. $A'(2, -2), B'(5, -1), C'(5, -4)$ 
	III. 5. Reflexión y rotación

Banco de preguntas (página 118)

- I. 1. D; 2. D; 3. B; 4. C; 5. A; 6. C.
II. 1. Rotación o reflexión; 2. $A''(1, 3), B''(-1, 1), C''(2, 1)$; 3. 4,8 m; 4. 60 000 l; 5. No, porque la sala tiene 90 m^3 ;
6. 2,39 m

RDC

Las respuestas a las actividades de los recursos digitales complementarios las encontrará en el documento informativo de cada RDC en la sección Apoyo al docente.

Estadística y probabilidad

Propósito de la unidad

Según la RAE se entiende por Estadística “el estudio de los datos cuantitativos de la población, de los recursos naturales e industriales, del tráfico o de cualquier otra manifestación de las sociedades humanas.” Este estudio implica la recolección, orden, análisis y representación de los datos y, por otra parte, también implica un objetivo que sería el describir las características de una población o muestra.

Las Bases Curriculares, por otra parte, definen que “este eje responde a la necesidad de que todos los estudiantes aprendan a realizar análisis e inferencias y obtener información a partir de datos estadísticos.” Además las mismas Bases nos proponen desarrollar la habilidad de argumentar y comunicar lo cual se logra “principalmente al tratar de convencer a otros de la validez de los resultados obtenidos.”

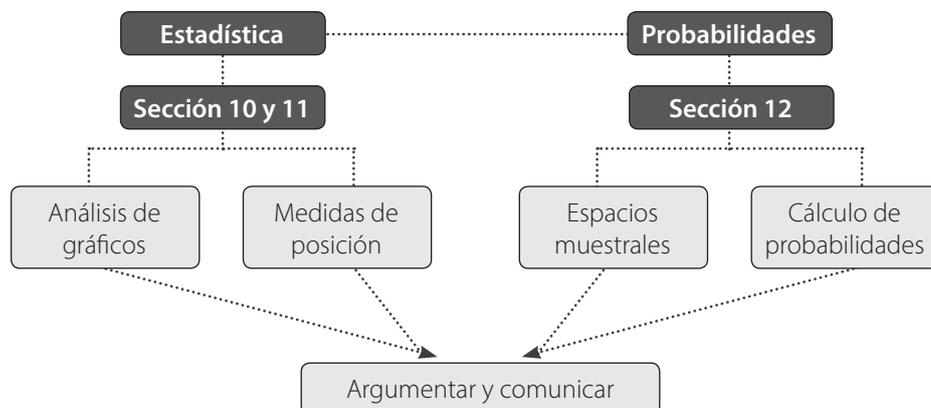
En vista de lo anterior es claro que en esta unidad se unen objetivos de aprendizaje que permiten a los y las estudiantes comprender gran parte de la información a la que están expuestos y la oportunidad de desarrollar específicamente una de las habilidades centrales de nuestro currículo.

La tercera acepción de la RAE para la palabra estadística es “rama de la matemática que utiliza grandes conjuntos de datos numéricos para obtener inferencias basadas en el cálculo de probabilidades.” Esto nos indica la estrecha relación entre las dos ramas que se les hará más patente a las y los estudiantes durante la educación media.

Organización de la unidad

Las dos primeras secciones de esta unidad están dedicadas a estadística; en la primera se trabajan gráficos, haciendo énfasis en su interpretación. En la segunda sección, para enriquecer los argumentos de las y los estudiantes en su análisis de los datos, se presentan las medidas de posición.

En la tercera sección se trabajan los aprendizajes relacionados con el cálculo de probabilidades, entregando herramientas como combinatoria básica para determinar los espacios muestrales de experimentos aleatorios.



Planificación de la unidad

Sección 10: Interpretación y comparación de gráficos

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Evaluar la forma en que los datos están presentados: <ul style="list-style-type: none"> • comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno • justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente • conjunto de datos detectando manipulaciones de gráficos para representar datos Habilidades: Argumentar y comunicar.	Lección 42: ¿Cómo interpretar la información de un gráfico?	2 horas	
	Lección 43: ¿Cómo comparar gráficos?	3 horas	
	Lección 44: ¿Cómo escoger el gráfico más adecuado para un requerimiento?	3 horas	

Páginas especiales de la sección 10

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	286 a 291	1,5 horas	
Mural: Efecto invernadero, un problema a nivel global.	304 y 305	1 hora	
¿Cómo voy?	306 y 307	2 horas	
Resolución de problemas	308	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	309	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	292 a 295	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretan la información en un gráfico de barras. • Interpretan la información en un histograma. • Interpretan la información en un gráfico circular.
	296 a 299	<ul style="list-style-type: none"> • Comparan muestras representadas en diferentes gráficos. • Comparan e interpretan las escalas de gráficos. • Resuelven problemas que requieren interpretar la información de dos o más muestras presentadas en un gráfico. • Escogen el gráfico más adecuado para representar datos acorde al tipo de variables y la agrupación de los datos.
	300 a 303	<ul style="list-style-type: none"> • Determinan entre un conjunto de variables, cuáles pueden ser agrupadas. • Responden preguntas a partir de información presentada en gráficos.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación
	Actividad grupal
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: descartar información irrelevante
	Instancia de reflexión y metacognición

Planificación de la unidad

Sección 11: Medidas de posición

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: <ul style="list-style-type: none"> • identificando la población que está sobre o bajo el percentil • representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo utilizándolas para comparar poblaciones Habilidades: Argumentar y comunicar	Lección 45: ¿Qué es un percentil?	3 horas	
	Lección 46: ¿Qué es un cuartil?	3 horas	
	Lección 47: ¿Cómo representar gráficamente los cuartiles?	3 horas	
	Lección 48: ¿Cómo construir diagramas de cajón usando un <i>software</i> ?	2 horas	
Actitudes: Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación.	Lección 49: ¿Cómo comparar muestras usando medidas de posición?	4 horas	

Páginas especiales de la sección 11

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	310 a 313	1,5 horas	
Mural: Ingreso familiar y medidas de posición, ¿qué es un quintil?	328 y 329	1 hora	
¿Cómo voy?	330 y 331	2 horas	
Resolución de problemas.	332	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	333	1/2 hora	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	314 y 315	<ul style="list-style-type: none"> • A partir de un gráfico identifican el percentil. • Interpretan el percentil a partir de los datos dados.
	316 y 317	<ul style="list-style-type: none"> • A partir de un gráfico identifican el cuartil. • Interpretan el cuartil a partir de los datos dados.
	318 a 321	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretan diagramas de caja, identificando cuartiles. • Calculan los cuartiles a partir de datos dados. • Resuelven problemas que requieren interpretar la información presentada en un diagrama de cajas.
	322 a 325	<ul style="list-style-type: none"> • Interpretan diagramas de caja, identificando cuartiles. • Calculan los cuartiles a partir de datos dados. • Resuelven problemas que requieren interpretar la información presentada en un diagrama de cajas.
	326 y 327	<ul style="list-style-type: none"> • Construyen un diagrama de caja utilizando el software GeoGebra. • Identifican medidas de posición en gráficos construidos en GeoGebra. • Identifican máximo, mínimos y otras medidas de posición en un gráfico y los comparan. • Analizan medidas de posición representadas en una tabla. • Resuelven problemas que requieren el análisis de mediantes de posición a partir de información entregada en gráficos o tablas.

	Objetivo
	Motivación, reflexión y activación
	Actividad grupal
	Resumen de la sección.
	Elección de una estrategia
	Instancia de reflexión y metacognición

Planificación de la unidad

Sección 12: Probabilidades

Objetivos de aprendizaje	Lección	Tiempo	
Explicar el principio combinatorio multiplicativo: <ul style="list-style-type: none"> • a partir de situaciones concretas • representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo • utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto 	Lección 50: ¿Qué es el principio multiplicativo?	3 horas	
	Lección 51: ¿Cuál es la cardinalidad de un espacio muestral?	2 horas	
	Lección 52: ¿Cómo calcular probabilidades usando el principio multiplicativo?	3 horas	
Habilidades: Argumentar y comunicar.			
Actitudes: Trabajar en grupo.			

Páginas especiales de la sección 12

Actividad	Páginas	Tiempo	
De inicio	334 a 337	1,5 horas	
Mural: Patente vehicular, ¿cuántas patentes diferentes se pueden formar?	348 y 349	1 hora	
¿Cómo voy?	350 y 351	2 horas	
Resolución de problemas.	352	1 hora	
Vuelvo a mis procesos	353	1/2 hora	

Páginas finales de la unidad 12

Actividad	Páginas	Tiempo	
Sintetizo mis aprendizajes	354	1 hora	
Refuerzo mis aprendizajes	355 y 356	2 horas	
¿Qué aprendí?	357 a 359	2 horas	

	Páginas	Indicadores de evaluación
	338 y 339	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizan el diagrama de árbol para deducir el principio multiplicativo en una situación dada. • Representan situaciones relacionadas con el azar, tales como el lanzamiento de dados en un diagrama de árbol. • Determinan posibles combinaciones de sucesos en una situación dada, utilizando el principio multiplicativo.
	340 a 343	<ul style="list-style-type: none"> • Calculan todas las opciones posibles de combinaciones en una situación dada utilizando un diagrama de árbol. • Describen el espacio muestral en situaciones relacionadas con el azar, tales como lanzamientos de monedas o la extracción de bolitas desde una urna.
	344 a 347	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelven problemas aplicando el principio multiplicativo en una situación dada. • Calculan la probabilidad de ocurrencia de un suceso utilizando el principio multiplicativo y la Ley de Laplace. • Utilizan diagrama de árbol para determinar la probabilidad de eventos compuestos. • Resuelven problemas aplicando el principio multiplicativo en una situación dada.

Objetivo	
	Motivación, reflexión y activación
	Actividad grupal
	Resumen de la sección.
	Presentación de una estrategia: Usar un problema similar pero más sencillo
	Instancia de reflexión y metacognición

Objetivo	
	Mapa conceptual; ideas fuerza
	Aplicaciones y resumen de la sección
	Reflexión sobre los aprendizajes

Orientaciones didácticas

En los niveles anteriores las y los estudiantes han conocido gran cantidad de gráficos para representar información: pictogramas, de líneas, de barras y circulares. En esta unidad, más que conocer nuevos gráficos, el hincapié se pone en su análisis crítico y las condiciones que debe cumplir la información para la determinación del gráfico más adecuado. Se presenta solo un gráfico nuevo, el diagrama de caja (o caja y bigotes) que se relaciona directamente con las medidas de posición al resumir toda la información entregada por ellas.

En estadística descriptiva se utilizan tres tipos de estadígrafos, las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) que las y los estudiantes conocieron en niveles anteriores, las de posición (cuartiles y percentiles entre otros) que trabajarán en la segunda sección de esta unidad y los de dispersión (desviación estándar y varianza) que se estudiarán en niveles superiores. Las medidas de posición tienen gran utilidad para diferentes áreas; por ejemplo, en economía se utilizan los quintiles para describir la situación socioeconómica de una población; en psicología son muy utilizados los percentiles en pruebas de inteligencia y en medicina para establecer tablas de masas y tallas de recién nacidos.

El tema de presentación de la unidad corresponde al contenido de combinatoria aplicada a la genética revisando la condición del daltonismo. La combinatoria se presenta no como una sucesión de fórmulas, si no como el esfuerzo de sistematizar el conteo con el fin de calcular todos los casos posibles de un fenómeno y elegir de ellos los casos favorables y así poder calcular la probabilidad de un evento.

Se insiste que las habilidades a desarrollar, propuestas desde la matemática, son transversales a todos los ejes, pero en este se quiere insistir en la necesidad de que los y las estudiantes sean capaces de presentar sus ideas basadas en argumentos válidos y fundamentados, además de que se puedan comunicar con el lenguaje adecuado a la situación.

Actitudes

También es conveniente que se planifique el tiempo adecuado para discutir con las y los estudiantes las actitudes que se espera que muestren durante el trabajo de la unidad, como mostrar una actitud crítica al evaluar información matemática y valorar el aporte de los datos cuantitativos.

En cuanto al uso de tecnología, durante la unidad se trabajará el GeoGebra para graficar, por ejemplo los diagramas de caja, y las planillas de cálculo, tanto para procesar datos como para simular experimentos aleatorios, insistiendo en su uso responsable y efectivo.

Por último está el trabajar en equipo que presenta la posibilidad de practicar el escuchar con respeto las opiniones de los otros y la capacidad de delegar y organizar tareas.

» ¿Qué aprenderé? y ¿Para qué?

Estas dos preguntas deben responderse en conjunto. Los objetivos de aprendizaje que se trabajarán a lo largo de la unidad corresponden a una necesidad indicada en un para qué, motivando a las y los estudiantes que las respuestas que aparecen en el Texto pueden ser enriquecidas por otras que ellas y ellos consideren relevantes.

Cada lección comienza con una pregunta que se conecta con cada uno de estos para qué y es conveniente recordarlo lección a lección.

» Propósito

Formular un opinión justificada en el análisis de información de un tema involucrando:

- Comparar información obtenida de una misma fuente de datos, representándola en distintos tipos de gráficos, para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
- Justificar la elección de un gráfico para una determinada situación de acuerdo al conjunto de datos obtenidos.
- Detectar manipulaciones de gráficos para representar datos.

¿De qué se trata?

La unidad comienza con la sección correspondiente a gráficos. Como se dijo antes, los y las estudiantes ya los conocen y pueden construir una cantidad de gráficos pero deben recordar que la pregunta será ahora cuál es la mejor opción para representar la información dada.

Esta tarea comienza en la página de presentación de la sección con los datos sobre los elementos presentes en la corteza terrestre. Probablemente muchos de los y las estudiantes responderán que el gráfico más adecuado es el circular porque los datos están dados en porcentajes. Si algún estudiante propone, por ejemplo un gráfico de barras, la discusión debe centrarse en que se justifique la elección.

Pienso mis procesos

Las primeras preguntas de esta página se refieren a contenidos matemáticos referentes a tipos de gráficos y sus características, las respuestas a ellas no deberían tener mayor discusión.

De una naturaleza diferente es el segundo grupo de preguntas, estas se refieren a las expectativas y posibles prejuicios de las y los estudiantes sobre los aprendizajes que se proponen. Esta es la parte más importante para lograr que las y los estudiantes sientan que tienen el control sobre sus aprendizajes, que son ellos y ellas las que deben fijar sus metas y prever posibles dificultades.

¿Qué debo saber?

Recuerde que estas páginas están pensadas como un diagnóstico para que cada estudiante enfrente los problemas y ejercicios propuestos y decidan si han recordado los contenidos al nivel requerido.

También puede utilizar las actividades correspondientes en los Recursos digitales complementarios.



Para complementar esta actividad puede presentarles las preguntas que se muestran a continuación.

Actividades

1. Una empresa está implementando un nuevo sistema computacional. Para determinar si este satisface las necesidades de la empresa se ha registrado el número de veces que el sistema antiguo y el nuevo se han caído en un cierto número de semanas.

Número de caídas por semana	Sistema antiguo	Sistema nuevo
0	8	22
1	12	12
2	15	8
3	7	0

- ¿Qué significa la última fila de la tabla?
- ¿Durante cuántas semanas se realizó el registro de caídas de los sistemas?
- Escribe una conclusión comparando los dos sistemas.
- Nombra dos tipos de gráficos que podrían utilizarse para representar toda la información de la tabla.
- Esteban quiere construir un gráfico circular con toda la información de la tabla, ¿es eso posible?, ¿por qué?
- Si decidieras construir un gráfico de barra doble, ¿qué información iría en cada uno de los ejes?
- ¿Cómo diferenciarías las barras correspondientes a cada sistema?

Lección 42: ¿Cómo interpretar la información de un gráfico?

- » **Propósito:** Interpretar la información contenida en distintos tipos de gráficos.
- » **Componentes:** páginas de la 292 a la 295 en el Texto y página 120 y 121 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Esta primera lección resulta útil para revisar las características principales de los gráficos más cercanos a los y las estudiantes. Como el objetivo es asegurarse que son capaces de interpretar la información que entregan, puede hacer que respondan las siguientes preguntas:

Gráfico de barras

- ¿Cuál es el título del gráfico?
- ¿Qué se representa en el eje horizontal?
- ¿Qué se representa en el eje vertical?
- ¿Qué representan las barras?

Gráfico circular

- ¿Cuál es el título del gráfico?
- ¿Qué se representa en el gráfico?
- ¿Qué información entrega cada sector circular?
- ¿Cuáles son los porcentajes de cada sector circular?

El que los y las estudiantes se acostumbren a responderse estas preguntas evitará los siguientes errores.

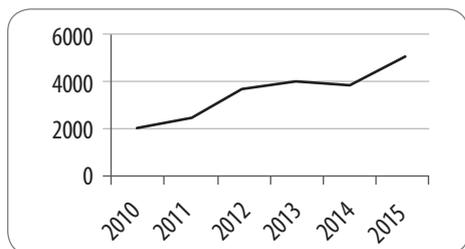
Errores frecuentes

Muchos estudiantes confunden los ejes de los gráficos, también piensan que el valor de un punto en el gráfico corresponde a la variable del eje X o del eje Y pero no de la combinación de ambos.

Actividades

Nivel 1

1. El gráfico nos muestra la cantidad de ampolletas elaboradas durante 6 años consecutivos.



- a. ¿Qué título le pondrías al gráfico?
- b. ¿Qué variable se trabaja?

- c. ¿En qué año se elaboró la menor cantidad de ampolletas? ¿y la mayor?
- d. ¿En qué año se elaboró entre 3000 y 4000 ampolletas?

Nivel 2

- e. ¿Consideras que en el año 2016 las ventas de ésta fábrica aumentarán o disminuirán?
- f. Escribe una conjetura sobre qué podría haber sucedido en el año 2014.

Lección 43: ¿Cómo comparar gráficos?

- » **Propósito:** Evaluar la forma en que está representada la información en gráficos.
- » **Componentes:** páginas de la 296 a la 299 en el Texto y página 122 y 123 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En el lateral de la página 297 se presenta un **Ampliando**, que puede ser convertido en una actividad, escribiendo en la pizarra el tipo de gráfico y ventajas y desventajas. Se pueden agregar otros criterios de comparación, por ejemplo la cantidad de datos, cantidad de categorías, etcétera.

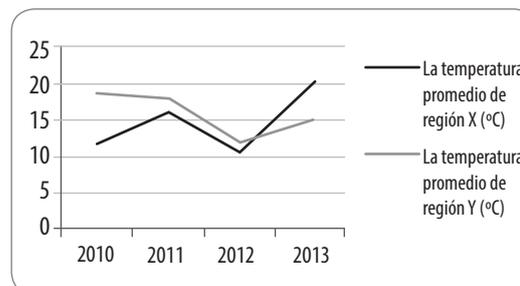
Sería conveniente ofrecer tiempo para discutir la situación de la página 298, puesto que muy a menudo la propaganda de diferentes productos ofrece información estadística que ha sido manipulada.

Información complementaria

El programa Excel es amigable para graficar información para ser comparada.

Se copia directamente esta tabla en una planilla Excel; luego, se inserta gráfico de líneas.

	Temp. prom. región X (°C)	Temp. prom. región Y (°C)
2010	12	19
2011	16	18
2012	11	12
2013	20	15



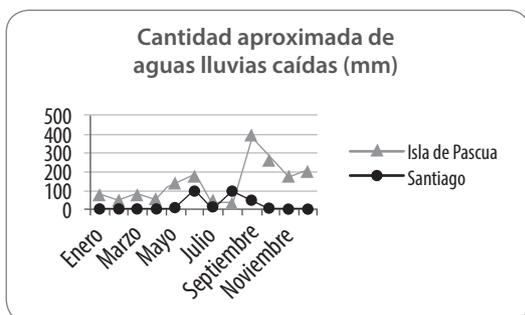
Links de interés

Generador de gráficos estadísticos en línea.
Código GM8P131 en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

- El siguiente gráfico compara la cantidad de agua caída, aproximada, en Isla de Pascua y Santiago durante el año 2011.



- ¿En cuál de las dos localidades se registró la mayor cantidad de agua caída? Explica.
- ¿Influyen las estaciones del año en el registro de aguas caídas en Santiago? ¿Y en Isla de Pascua? Explica.
- Según la Dirección Meteorológica de Chile, en Isla de Pascua se espera que en un año normal caigan 300 mm de agua. ¿Durante el año 2011 la cantidad de agua registra índices sobre o bajo lo normal? Justifica.

Nivel 2

- Inventa dos preguntas que puedan ser respondidas con la información del gráfico.
- Con la información de los gráficos y cambiando el título y la leyenda, inventa otra situación con la misma información.

Lección 44: ¿Cómo escoger el gráfico más adecuado para un requerimiento?

- » **Propósito:** Justificar la elección de un tipo de gráfico para representar una situación.
- » **Componentes:** páginas de la 300 a la 302 en el Texto y página 124 y 125 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Utilice la pregunta que le da nombre a la lección como interrogante inicial, escuche las respuestas de los y las estudiantes y de paso al trabajo de la clase.

Esta lección necesariamente requiere de los aprendizajes anteriores para que las y los estudiantes se pueden centrar solamente en por qué un gráfico y no otro, y no en situaciones como ¿cuál es el gráfico de barras?, ¿cómo se interpreta el gráfico circular?, etc.

Se propone que el docente realice algún ejemplo en el cual el gráfico elegido no sea el adecuado para su representación y que junto a la discusión con el curso lo determinen.

Una vez realizada esta actividad, trabaje los ejercicios que proponen en las páginas para que las y los estudiantes se familiaricen con distintas situaciones y distintos tipos de gráficos para representarlas.

Errores frecuentes

Los estudiantes suelen cometer errores relacionados con elegir un gráfico no pertinente para una determinada situación.

Procure remediar éste error reforzando la naturaleza de las variables en estudio.

Actividades

Nivel 1

- En una encuesta realizada el año 2013 se registraron cerca de 110 000 europeos radicados en Chile, en la región de Tarapacá, en el año 2014 se registraron 125 000 y en el año 2015, 195 000. ¿Qué tipo de gráfico permitiría observar la evolución en el tiempo de la cantidad de extranjeros en esa región? Justifica tu elección.
- Construye la representación gráfica más adecuada para la siguiente situación. Luego, justifica tu respuesta.
En los colegios de una determinada comuna, el 20% de los estudiantes corresponden a los niveles de 5° a 8° básico. El 50% de ellos a los niveles de 1 a 4° básico y el 30% restante de los estudiantes corresponden a los niveles de prekinder y kínder.

Nivel 2

- La siguiente tabla detalla el pago de la cuenta de luz de una familia chilena. ¿Qué gráfico elegirías para representar la situación?

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Gasto (\$)	9000	8000	12 000	15 000

- Inventa una situación en la cual se elija un gráfico de barras múltiples para presentar la información.

Mural: Efecto invernadero, un problema a nivel global

- » **Propósito:** Trabajar en equipo siendo proactivo, responsable y respetuoso.
- » **Componentes:** páginas 304 y 305 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Uno de los objetivos de esta sección se refiere a que los y las estudiantes manejen responsablemente la información y que sean capaces de tener opiniones informadas sobre un tema específico, por lo tanto, además de pedir que las y los estudiantes examinen los gráficos de estas páginas, se deben informar sobre el Protocolo de Kioto y sobre el efecto invernadero en nuestro país. Con ese fin puede compartir los enlaces que se muestran a continuación.

Links de interés

Documentos del Ministerio del Medio Ambiente, sobre ese fenómeno en nuestro país.

Código GM8P132a en <http://codigos.auladigital.cl>

Código GM8P132b en <http://codigos.auladigital.cl>

Código GM8P132c en <http://codigos.auladigital.cl>

Artículo de Ciper Chile sobre el efecto invernadero en nuestro país.

Código GM8P132d en <http://codigos.auladigital.cl>

En el enlace siguiente de las Naciones Unidas se puede encontrar información sobre el Protocolo de Kioto.

Código GM8P132e en <http://codigos.auladigital.cl>

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos y los objetivos de aprendizaje de esta sección.
- » **Componentes:** páginas 306 y 307 en el Texto y páginas 126 y 127 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Estas páginas presentan una oportunidad para que las y los estudiantes puedan realizar una evaluación de proceso como la que se propone a continuación antes de comenzar la nueva sección.

Actividad evaluativa del proceso

Se sugiere, como primera actividad, pedir a las y los estudiantes que resuelvan los problemas 2, 4 y 5b, informándoles que consideren esas preguntas como una autoevaluación. Luego permítales escoger un compañero o compañera para resolver las dificultades que hayan tenido y trabajar el resto de las actividades.

Resolución de problemas: Descartar información irrelevante

- » **Propósito:** Resolver problemas utilizando diferentes estrategias
- » **Componentes:** página 308 en el Texto y páginas 128 y 129 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Una de las mayores dificultades que enfrentan los y las estudiantes al momento de resolver un problema es comprender la lectura del mismo. Por lo anterior se presenta en esta página un ejercicio para analizar la información de un enunciado.

Recuerde que esta página se complementa con las del Cuaderno de ejercicios.

Ampliación y profundización didáctica

Sobre la importancia de la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática.

Código GM8P132f en <http://codigos.auladigital.cl>

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de la sección.
- » **Componentes:** página 309 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Para terminar la sección las y los estudiantes deben releer las respuestas que dieron en la página *Pienso mis procesos* y responder las preguntas de esta página, compararlas y comentar con sus compañeras y compañeros el trabajo realizado y los logros obtenidos en esta lección.

» Propósito

Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:

- Identificando la población o muestra que está sobre o bajo el percentil.
- Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo.
- Utilizándolas para comparar poblaciones o muestras.

¿De qué se trata?

Activación de ideas y conceptos previos.

En 7.º Básico los y las estudiantes trabajaron con la media, moda y mediana como método para buscar un valor que represente un conjunto de datos dados. En esta sección estudiarán otro tipo de estadígrafos, los llamados de posición cuyo objetivo es describir la posición relativa de un dato respecto a los demás en una población o muestra.

La introducción a la sección propone ordenar los tiempos de la corredora y una vez que están ordenados determinar el 25 % mayor y menor de datos, los cuales pronto las y los estudiantes llamarán cuartiles.

Cuando las y los estudiantes determinen los valores pedidos, 49,3 y 52,2, habrán calculado el primer y tercer cuartiles e intuitivamente podrán decir que el 25 % de los mejores tiempos de la corredora son menores o iguales a 49,3 minutos. Una vez que los y las estudiantes manejen los conceptos de cuartiles, podrán organizarlos en un diagrama, llamado de caja o de caja y bigote, el cual podrán construir manualmente o utilizando un programa computacional. Pero antes de eso se presentaran los percentiles, medida de gran uso en ciencias sociales y generalmente en pruebas de selección de individuos.

Pienso mis procesos

Algunos investigadores de la didáctica han propuesto que no puede haber aprendizaje significativo si este no es procesado en forma consciente por las y los estudiantes, esta es la razón por la que se incluye este apartado y al finalizar el llamado *Vuelvo a mis procesos*.

Se recomienda la lectura de Metacognición: un camino para aprender a aprender, en la revista Estudios pedagógicos de la Universidad de la Frontera, que puede encontrar en el siguiente enlace: Código GM8P133 en la página <http://codigos.auladigital.cl>

¿Qué debo saber?

El objetivo de esta actividad es aportar seguridad a las y los estudiantes en los aprendizajes previos para enfrentar mejor los nuevos.

Pida a cada estudiante que marque las casillas con logrado o no, de esta manera identificará los contenidos que necesitan mayor repaso.

También puede utilizar como complemento los ejercicios y problemas que se presentan a continuación.

Actividades

1. Calcula los siguientes porcentajes.

- 30 % de 750.
- 10 % de 5500.
- 18 % de 3,24.
- 15 % de 35,6.

2. Calcula el valor de x en cada caso.

- El 10 % de x es 12.
- El 20 % de x es 9,2.
- El 50 % de x es 3,8.
- El x % de 350 es 35.
- EL x % de 25 es 1,25

3. Los datos corresponden a las alturas, en centímetros, de los árboles de un parque.

236 – 156 – 321 – 222 – 129 – 225 – 349 – 225 – 236 –
425 – 482 – 326 – 455 – 229

Calcula las siguientes medidas.

- La media
- La mediana
- La moda
- El rango.

Lección 45: ¿Qué es un percentil?

- » **Propósito:** Comprender el concepto de percentil.
- » **Componentes:** páginas 314 y 315 en el Texto y páginas 130 y 131 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Se sugiere comenzar la lección con un recordatorio del cálculo e interpretación de la mediana en un conjunto de datos dado, ya que esto será necesario para comprender el concepto de percentil. Se puede dar como ejemplo la mediana, dando a conocer que esta corresponde al percentil 50, es decir, una medida que contempla al 50 % superior e inferior del total de la población.

Para el desarrollo de la clase comience explicando la situación inicial, dando espacio para que puedan surgir preguntas y luego aclararlas. Posteriormente realice las actividades propuestas, las cuales son adecuadas para ser trabajadas en parejas, enriqueciendo el trabajo mediante la discusión entre pares.

Errores frecuentes

Muchos estudiantes calculan correctamente, por ejemplo, el P_{75} que corresponde a 120 cm en algún ejercicio, pero se equivocan al interpretarlo, se recomienda acostumbrarse a decir, siguiendo el ejemplo, el 75 % de los datos mide a lo más 120 cm y el 25 % mide a lo menos 120 cm.

Información complementaria

La tabla que se muestra en el siguiente enlace corresponde al Centro de control de enfermedades norteamericano. En la tabla se puede ubicar la masa y talla de un adolescente y el número que aparece en cada curva es el percentil, mientras que el eje horizontal es la edad.

Por ejemplo: un niño de 15 años que mide 160 cm y su masa es 50 kg, se ubica en P_{10} de estatura y P_{25} de masa, esto significa que, con los datos de esa tabla, el 10% de los niños de 15 años miden menos de 160 cm (o el 90% mide más), similarmente se analiza la masa.

Código GM8P134a en <http://codigos.auladigital.cl>

Ampliación y profundización didáctica

Otra medida de posición son los quintiles, estos dividen la población en 5 partes iguales, es decir el primer quintil corresponde al percentil 20. Los quintiles son muy utilizados en economía.

En el siguiente enlace puede observar la tabla de quintiles de ingresos familiares que publica la Universidad de Chile para los alumnos que postulan a becas.

Código GM8P134b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades**Nivel 1**

1. La tabla muestra las edades de los 20 integrantes de un curso de idiomas.

Edad	Frecuencia
10 a 12	6
13 a 15	10
16 a 18	4

- a. Determina el intervalo donde se ubica el percentil 50.
- b. Determina el intervalo donde se ubica el percentil 20.

Nivel 2

2. Al nacer Pedro, el pediatra le dijo a su mamá que su talla estaba en el P_{80} y su masa se ubicaba en el P_{60} . ¿Qué significa esa información?

Lección 46: ¿Qué es un cuartil?

- » **Propósito:** Comprender el concepto de cuartil.
- » **Componentes:** páginas 316 y 317 en el Texto y páginas 132 y 133 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Tanto para el cálculo de percentiles como cuartiles se requiere tener un conocimiento acabado de porcentajes, por lo cual se recomienda que previo al trabajo de estas páginas pueda realizar un resumen y recordar cómo se calculan los más utilizados (25 %, 50 %, 75 %)

Recordar a los y las estudiantes que primero deben ordenar los datos, también es útil que establezcan las siguientes relaciones: $P_{25} = Q_1$; $P_{50} = \text{Mediana} = Q_2$; $P_{75} = Q_3$

Es importante que las y los estudiantes no solo calculen los cuartiles sino también puedan ir contextualizándolos. Por ejemplo en la página 317 ejercicio 4, plantéele a su curso, que las 128 personas viven en la misma comuna y que al cuartil más bajo se le ofrecerá ayuda solidaria en el invierno y al cuartil más alto se le ofrecerá préstamos a bajo interés para comprar estufas.

En el texto se muestra una forma de calcular cuartiles pero no esta no es la única, también se puede utilizar la fórmula $q = 0,25k \cdot (n + 1)$, donde $k = 1, 2$ o 3 y n es el número de datos.

En el siguiente enlace se puede encontrar otras formas de determinar cuartiles.

Código GM8P134c en <http://codigos.auladigital.cl>

Habilidades y/o actitudes

En las Bases Curriculares, parte de la habilidad Argumentar y comunicar dice: "Se espera que (las y los estudiantes) desarrollen su capacidad de verbalizar sus intuiciones y llegar a conclusiones correctamente y que también aprendan a detectar afirmaciones erróneas, absurdas o generalizaciones abusivas." Se debe cautelar entonces las justificaciones que dan tanto para sus respuestas como para las conjeturas que plantean en el contexto de los problemas.

Links de interés

En el link sugerido a continuación se encuentra una calculadora de cuartiles en línea, solo se deben ingresar los datos separados por una coma (solo números).

Código GM8P135a en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

- A continuación se muestra los tiempos obtenidos en segundos en una competencia de atletismo: 20, 32, 34, 18, 10, 25, 34, 16, 16
 - Calcular el cuartil 3.
 - Calcular el cuartil 2.

Nivel 2

- A los empleados de una empresa se les aplicó una prueba, registrando el tiempo que se demoró, en minutos, cada participante, como muestra la tabla.

Tiempos (m)	Nº sujetos
50	4
55	6
60	11
65	9
70	3

- Calcula el primer y tercer cuartil.
- A las personas del cuartil más bajo se les dará un curso y a las del cuartil más alto se les dará un bono. ¿Cuántas personas estarán en cada categoría?

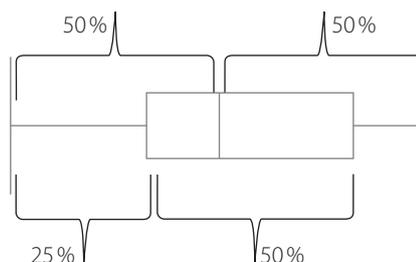
Lección 47: ¿Cómo representar gráficamente los cuartiles?

- » **Propósito:** Representar gráficamente cuartiles.
- » **Componentes:** páginas de la 318 a la 321 en el Texto y páginas 134 y 135 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Es importante recalcar a los y las estudiantes que el diagrama de caja tiene la ventaja de resumir mucha información en una figura muy simple.

También es importante que manejen las distribuciones. Cada par de segmentos verticales consecutivos abarcan el 25% de los datos ordenados, la caja representa el 50% central, los dos "bigotes" representan el 50% de los dos extremos, puede que el siguiente esquema los ayude.



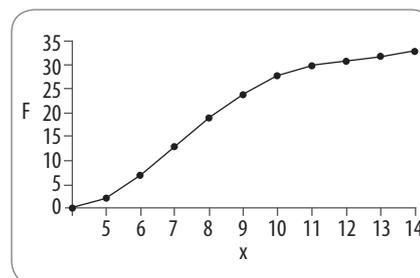
Errores frecuentes

Se pueden presentar errores al representar en un diagrama de caja datos que involucren el uso de números decimales. Para evitar esta complicación comience construyendo una escala adecuada antes de la caja y los bigotes.

Ampliación y profundización disciplinaria

Otro gráfico muy útil para trabajar medidas de posición es la curva de frecuencia acumulada.

En la tabla de frecuencia se calculan las frecuencias acumuladas y se grafican. Luego se dibuja una curva suave comenzando siempre en el origen, como se muestra a continuación.



En el gráfico del ejemplo, el total de datos es 35, por lo tanto el 50% es 17,5. Se traza un segmento paralelo al eje X, desde ese valor en el eje Y hasta la curva y luego, un segmento paralelo al eje Y hasta el eje X. En el ejemplo, este llega aproximadamente a 7,8, por lo tanto ese es el valor de la mediana.

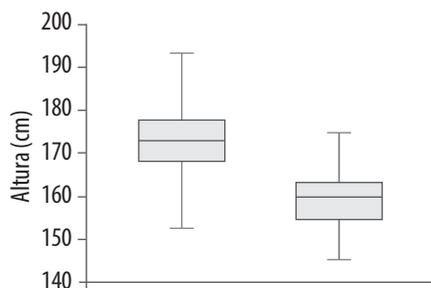
Links de interés

Página de internet que describe paso a paso cómo representar datos en un diagrama de caja.

Código GM8P135b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades**Nivel 1**

1. El siguiente gráfico representa las estaturas de un grupo de hombres y mujeres.



- ¿Cuál de las cajas representará a las mujeres? ¿Por qué?
- ¿Cuál es la diferencia aproximada, entre el mayor valor de hombres y el mayor valor de mujeres?

Nivel 2

2. Con la información del gráfico anterior responde las siguientes preguntas.

- Si quisieras organizar una competencia de basquetbol entre hombres y mujeres que fuera lo más justo posible respecto a las alturas, ¿cómo lo elegirías?

Lección 48: ¿Cómo construir diagramas de cajón usando un software?

- » **Propósito:** Representar medidas de posición usando software.
- » **Componentes:** páginas de la 322 a la 325 en el Texto y páginas 136 y 137 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Cuando se trata de procesamiento y gráfico de datos, las hojas de cálculo, como Excel, son de gran utilidad y bastante fáciles de usar. Desgraciadamente, graficar el diagrama de caja y bigotes es bastante engorroso. Si desea ver cómo se hace, puede visitar la siguiente página:

Código GM8P136 en <http://codigos.auladigital.cl>

Por la razón anterior, en el Texto se utiliza el GeoGebra en su programa Hoja de cálculo.

Existe gran variedad de otros programas gratuitos como el llamado R, pero no es tan amistoso su manejo aunque en él sí se puede graficar este tipo de diagramas.

Errores frecuentes

Un error puede estar relacionado con el cómo se ingresan los valores en el software. Para remediar esta situación, se sugiere que el docente pueda modelar esta acción junto a los estudiantes.

Actividades**Nivel 1 y 2**

1. Nombra la mayor ventaja y la mayor desventaja de hacer los gráficos utilizando GeoGebra.

Lección 49: ¿Cómo comparar muestras usando medidas de posición?

- » **Propósito:** Comparar poblaciones y muestras usando medidas de posición.
- » **Componentes:** páginas 326 y 327 en el Texto y páginas 138 y 139 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

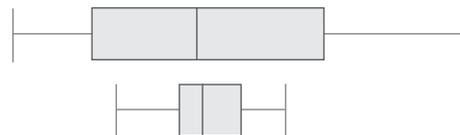
En las lecciones anteriores las y los estudiantes aprendieron el significado de las medidas de posición y cómo calcularlas, manualmente o utilizando un programa computacional. El objetivo de esta lección es utilizarlas en el contexto de una aplicación.

Puede ser conveniente que esta lección sea trabajada en parejas. Algunas veces las complicaciones aparecen por problemas de comprensión lectora, lo cual se simplifica cuando la lectura se realiza entre dos.

Actividades**Nivel 1**

1. Dos empresas muestran el índice porcentual de productividad de sus trabajadores y graficaron los resultados en el siguiente diagrama. La caja de arriba corresponde a la empresa A y la de abajo a la empresa B.

- ¿En cuál de las empresas los empleados trabajan en forma más homogénea?

**Nivel 2**

1. b. Si tuvieras que encargarte de una de las dos empresas y la productividad fuera factor para la elección, ¿cuál elegirías? Justifica tu respuesta.

Mural: Ingreso familiar y medidas de posición, ¿Qué es un quintil?

- » **Propósito:** Aplicar los nuevos aprendizajes a una situación real.
- » **Componentes:** páginas de la 328 y 329 en el Texto.

Orientaciones didácticas

En este mural se presentan los quintiles; las y los estudiantes no deberían tener problemas comprendiendo el concepto, sobre todo si se lee el *Sabías que...* de la página 329.

Tal vez tengan un poco más de problema calculando el ingreso promedio pues pueden hacerlo solo considerando las personas que trabajan en la familia.

En el momento que estos quintiles fueron calculados, el sueldo mínimo legal en el país era \$ 225 000, puede comentarlo con los y las estudiantes para que ubiquen y comparen ese ingreso con las cifras correspondientes a los quintiles.

Podría interesarle también conversar con los y las estudiantes la importancia que puede tener este tipo de información para que el gobierno planifique políticas públicas.

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** Repasar los contenidos y los objetivos de esta sección.
- » **Componentes:** páginas de la 330 a la 331 en el Texto y páginas 140 y 141 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Una forma de trabajo para estas páginas puede ser la siguiente: cada estudiante elige un compañero o compañera, repasan juntos los contenidos de la lección correspondiente, luego resuelven los ejercicios y problemas individualmente para finalmente comparar tanto sus respuestas como las estrategias que cada uno siguió para obtenerlas.

Las actividades de esta sección pueden también ser consideradas como una evaluación de proceso.

Resolución de problemas: Elige tú la estrategia

- » **Propósito:** Resolver problemas utilizando diferentes estrategias.
- » **Componentes:** página 332 en el Texto y páginas 142 y 143 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

La idea que hay detrás de esta actividad es que cada estudiante cuente con la mayor cantidad de diferentes estrategias de resolución de problemas para poder enfrentarlos en forma flexible y no mecánica.

Por la razón anterior, dentro de lo que permiten los contenidos tratados en esta sección, esta actividad no es sobre una estrategia en particular sino sobre práctica de la elección de ella. No existen respuestas correctas, puesto que depende de las habilidades de cada estudiante, pero lo que sí es importante exigir es que cada uno pueda justificar su elección.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de la sección.
- » **Componentes:** página 333 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Para terminar con esta sección se vuelve a reflexionar sobre los procesos cognitivos que pusieron en juego las y los estudiantes.

Recuerde que mientras más conscientes estén sobre las metas que se propongan y las que logren y cómo las lograron, su aprendizaje será más significativo.

En la actividad grupal, pregunta 2, puede aprovechar de plantear una **discusión matemática** con las y los estudiantes, planteando cuán segura es la respuesta a la pregunta, si se puede plantear una respuesta considerando una sola variable.

» Propósito

Resolver problemas que requieren:

- Comprender el principio multiplicativo y representarlo gráficamente.
- Calcular la cardinalidad del espacio muestral utilizando el principio multiplicativo.
- Calcular probabilidades a partir del principio multiplicativo.

¿De qué se trata?

Activación de ideas y conceptos previos

La tercera sección de esta unidad invita a las y los estudiantes a comprender el principio multiplicativo y utilizarlo para descubrir todas las maneras posibles de realizar una determinada actividad en una situación dada. Se profundiza el principio multiplicativo mediante la utilización del diagrama de árbol para representar situaciones, tales como lanzamientos de monedas o dados, tómbolas, u otras más cercanas al contexto de los y las estudiantes y a su vez visualizar gráficamente este principio facilitando la interpretación. También se aplica el concepto de principio multiplicativo para calcular la cardinalidad de un espacio muestral en experimentos aleatorios sencillos y secuenciales.

En esta sección también se profundiza el cálculo de probabilidades cuyo estudio se comenzó en niveles anteriores. Para esta sección utiliza la Ley de Laplace como herramienta para determinar la probabilidad de que ocurran dos sucesos a la vez.

Es recomendable que todos los contenidos anteriores sean correctamente contextualizados, para lo cual se propone utilizar situaciones cercanas a las y los estudiantes. Un ejemplo de esto último son las leyes genéticas como se muestra en la página introductoria a esta sección. También puede volver al inicio de la unidad y comentar nuevamente la situación sobre los daltónicos.

Pienso mis procesos

Esta página está pensada para otorgar una oportunidad a las y los estudiantes para que discutan sobre las ideas que tengan sobre el azar y las probabilidades. Por ejemplo, como complemento de la pregunta sobre la importancia de las probabilidades en sus vidas, puede pedirles que nombren sucesos en sus vidas que son aleatorias, como por ejemplo en la mañana cuando fueron al colegio, cómo llegaron al semáforo en el esquina, o qué camino tomaron y si se encontraron con alguna persona.

¿Qué debo saber?

Es innegable que mientras más segura se sienta una persona sobre sus conocimientos y habilidades, mejor dispuesta estará a enfrentar nuevos desafíos. Para los y las estudiantes es importante pasar por estas páginas y autoevaluar sus aprendizajes anteriores que les servirán como base para los que verán en las siguientes lecciones.

En el estudio de las probabilidades es muy importante el lenguaje, por lo tanto las actividades referidas al vocabulario deben ser trabajadas por las y los estudiantes.

Puede agregar a las actividades del Texto las que se presentan a continuación.

Actividades

1. Un grupo de amigos anotaron en una tabla la mascota que cada uno tiene.

Mascota	Frecuencia
Perro	10
Gato	7
Tortuga	2
Peces	1

- Si se elige uno de los amigos al azar, ¿cuál es la probabilidad que tenga un perro?
- ¿Cómo calculaste el resultado del ejercicio anterior?
- Si se elige uno de los amigos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga una tortuga o un gato?
- Con la misma tabla inventa un problema de probabilidades que tenga como resultado 1.

Lección 50: ¿Qué es el principio multiplicativo?



- » **Propósito:** Comprender y explicar el principio multiplicativo.
- » **Componentes:** páginas 338 y 339 en el Texto, páginas 144 y 145 en el Cuaderno de ejercicios y las actividades correspondientes en los RDC.

Orientaciones didácticas

La actividad inicial muestra un claro ejemplo de situaciones que se pueden resolver mediante el uso del principio multiplicativo. Se sugiere realizar esta actividad en conjunto, paso a paso, guiando a los y las estudiantes a comprender como se simplifica el encontrar soluciones a situaciones similares mediante el uso del principio multiplicativo. Una vez analizada, formalice el concepto de principio multiplicativo y cómo el diagrama de árbol nos permite su representación.

En los ejercicios como el 3b o 3d de la página 339, puede pedirle a las y los estudiantes que agreguen una fila o columna, según corresponda, y poner en ella las cantidades de cada categoría para asegurarse de tener claro qué números deben multiplicarse.

En *Argumenta y comunica* aproveche de aclarar la creencia que el principio multiplicativo es una abreviación del diagrama de árbol. Aclare esta confusión explicando que la representación mediante un diagrama entrega información más detallada de las posibles combinaciones del experimento, mientras que el principio multiplicativo nos entrega un número concreto de posibles opciones, pero no el detalle de estas. A medida que aumenta la cantidad de elementos, el diagrama de árbol deja de ser práctico, puesto que su construcción se hace más complejo, en ese caso el principio multiplicativo es más práctico.

Errores frecuentes

Las y los estudiantes que no tienen el hábito de trabajar en orden pueden dejar algún elemento fuera del conteo, se recomienda que ellas y ellos hagan el modelo que se muestra con el siguiente ejemplo.

Problema:

Camila ha visto en el parque un árbol que tiene 12 ramas; de cada una de ellas salen 10 brotes y de cada brote salen 9 hojas.

¿Cuántas hojas tiene el árbol?

Solución:

ramas, brotes, hojas

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \underline{12} & \cdot & \underline{10} \cdot \underline{9} = 1080 \end{array}$$

Links de interés

Videos con ejercicios resueltos utilizando Diagrama de Árbol.

Código GM8P139 en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Una urna contiene tres bolitas: una verde, una roja y otra amarilla. Se sacan dos bolitas, devolviendo la primera de ellas. Se quiere determinar la combinación de colores obtenida.
 - a. Representa las posibles combinaciones de bolitas en una tabla.
 - b. Calcula la cardinalidad del espacio muestral.

Nivel 2

2. Un juego de encaje tiene piezas de colores rojo, azul, verde o amarillo, cada pieza puede ser grande o pequeña y cada una puede tener forma de triángulo o cuadrado. ¿Cuántos tipos diferentes de piezas tiene el juego?

Lección 51: ¿Cuál es la cardinalidad de un espacio muestral?

- » **Propósito:** Utilizar el principio multiplicativo para calcular la cardinalidad de un espacio muestral.
- » **Componentes:** páginas de la 340 a la 343 en el Texto y páginas 146 y 147 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

En la lección 52 las y los estudiantes deberán calcular la probabilidad de un evento. Para eso necesitarán saber el número de resultados posibles de un experimento y entre ellos los que son favorables al evento que se estudia. Por lo anterior se deben trabajar estas lecciones previas asegurando que los y las estudiantes están preparados para esa próxima lección.

Se recomienda trabajar la situación 1 con los y las estudiantes porque muestra una manera de simplificar la construcción de árboles, puesto que solo dibuja una sola rama. Comente con sus estudiantes que esto solo se puede hacer cuando todas las ramas son iguales.

Errores frecuentes

Los y las estudiantes piensan que el principio multiplicativo es fácil y por lo tanto tienden a aplicarlo de forma mecánica, sin detenerse a pensar en las condiciones del problema. Es fácil detectar este error con el Desafío de la página 343.

La solución de la primera parte es:

$$\boxed{27} \cdot \boxed{27} \cdot \boxed{10} \cdot \boxed{10}$$

Lo cual da un resultado de 72 900.

Pero para la segunda parte se ponen algunas restricciones por lo tanto la situación es:

$$\boxed{27} \cdot \boxed{26} \cdot \boxed{10} \cdot \boxed{9}$$

Ahora el resultado es 63 180.

Las condiciones reales para las patentes se verán en el mural que se trabajará después de esta lección.

Links de interés

Información de juegos de azar de Chile:
Código GM8P139a en <http://codigos.auladigital.cl> y código GM8P139b en <http://codigos.auladigital.cl>

Actividades

Nivel 1

1. Con las letras de la palabra GATO, ¿cuántas palabras, con o sin significado se pueden formar con las condiciones siguientes?
 - a. Las palabras tienen una sola letra.
 - b. Las palabras tienen 3 letras.
 - c. De cuatro letras pero no se pueden repetir.

Nivel 2

2. Eligiendo entre los 10 dígitos pero sin repetirlos:
 - a. ¿Cuántos números pares de 3 dígitos se pueden formar? Recuerda que no pueden comenzar con 0.
 - b. ¿Cuántos números impares, de 4 dígitos se pueden formar si todos deben comenzar con 6?

Lección 52: ¿Cómo calcular probabilidades usando el principio multiplicativo?

- » **Propósito:** Utilizar el principio multiplicativo para calcular probabilidades.
- » **Componentes:** páginas de la 344 a la 347 en el Texto y páginas 148 y 149 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

La idea más importante de esta lección es la ley de De Laplace, igualmente importante es que esta ley se cumple siempre y cuando los eventos del experimento son equiprobables.

Revise con las y los estudiantes el ejercicio 3 de la *Práctica guiada*, puesto que un buen método para calcular la probabilidad de un evento compuesto es multiplicar las ramas correspondientes.

Tome un tiempo para que las y los estudiantes resuelvan los problemas 5 y 6 de la página 347 ya que exigen comprensión y análisis lo cual le mostrará qué estudiantes han logrado el aprendizaje esperado y cuales necesitan un poco más de práctica.

En la página 147 de esta guía se presenta una actividad complementaria fotocopiable cuyo objetivo es utilizar la hoja de cálculo, en este caso Excel, para simular experimentos aleatorios y conjeturar sobre los resultados obtenidos.

Errores frecuentes

Los errores frecuentes respecto a este contenido se manifiestan al interpretar y utilizar la información referida a cada experimento. En caso que se presente esta dificultad, permita que los estudiantes puedan representar de la manera que les resulta más clara y sencilla, por ejemplo, mediante el uso de tablas o diagramas de árbol.

Información complementaria:

Hay dos conceptos de importancia en el estudio de las probabilidades.

- Se dice que dos sucesos de un experimento son equiprobables cuando la probabilidad de ocurrencia de ambos sucesos es la misma. Es decir si A, B y C son eventos de un experimento $P(A) = P(B) = P(C)$

Por ejemplo, al lanzar un dado cada uno de los posibles resultados es equiprobable, sin embargo si el dado está cargado ya no lo son.

- Dos eventos son **independientes** entre sí cuando la probabilidad de cada uno de ellos no está influida porque el otro suceso ocurra o no, es decir, cuando ambos sucesos no están relacionados.

En el ejemplo que se dio para *Errores frecuentes*, en el primer caso el sacar una letra y luego la otra son eventos independientes, en el segundo caso no lo son.

Si los eventos A y B son independientes se cumple que $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)$. Si no son independientes, entonces se utiliza la fórmula $P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B/A)$; el último factor indica la probabilidad de B dado que sucedió A, esto es conocida como la probabilidad condicionada.

Actividades**Nivel 1**

1. Se tiene una bolsa con 8 bolitas rojas y 12 bolitas blancas. Se saca una, se anota el color y se devuelve a la bolsa, se repite el proceso una vez más. ¿Cuál es la probabilidad que la primera sea blanca y la segunda sea roja?

Nivel 2

2. El mismo problema anterior pero ahora no se devuelve la primera bolita
 - a. ¿En qué cambia el problema?
 - b. ¿Cuál es ahora la probabilidad?

Mural: Patente vehicular. ¿Cuántas patentes diferentes se pueden formar?

- » **Propósito:** Aplicar los nuevos aprendizajes a una situación real.
- » **Componentes:** páginas 348 y 349 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Para facilitar el trabajo de las y los estudiantes puede darles el siguiente enlace para averiguar la modalidad de las patentes de diferentes países.

Código GM8P141a en <http://codigos.auladigital.cl>

Ampliación y profundización disciplinaria

Para las actividades de estas páginas se pide trabajo grupal, pero también puede intentar organizar la actividad como trabajo colaborativo. Para conocer más sobre las semejanzas y diferencias entre trabajo grupal y el colaborativo puede ver el siguiente enlace. Si tiene tiempo puede compartir los contenidos con las y los estudiantes.

Código GM8P141b en <http://codigos.auladigital.cl>

¿Cómo voy?

- » **Propósito:** repasar los contenidos y objetivos de aprendizajes de esta sección.
- » **Componentes:** páginas 350 y 351 en el Texto y páginas 150 y 151 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

Es conveniente que las y los estudiantes desarrollen un cuadro resumen de los contenidos de las tres lecciones de esta sección, pueden desarrollarla en la pizarra de manera que todos aporten.

Los problemas de la sección *Desafíos de integración* de la página 351 están propuestos como coevaluación, lo que significa que un estudiante es evaluado por otro compañero o compañera en lugar de por el profesor. Se potencia el aprendizaje a través de la retroalimentación que surge de críticas constructivas, observaciones personales y puntos a tener en cuenta.

Resolución de problemas: Usar un problema similar pero más sencillo.

- » **Propósito:** Resolver problemas utilizando diferentes estrategias.
- » **Componentes:** página 352 en el Texto y páginas 152 y 153 en el Cuaderno de ejercicios.

Orientaciones didácticas

La última estrategia de resolución de problemas se trata de simplificar las tareas, lo cual se ajusta plenamente a los contenidos de principio multiplicativo y al uso de diagrama de árboles. Recuerde que debe complementar esta página con el trabajo del Cuaderno de ejercicios.

Vuelvo a mis procesos

- » **Propósito:** Reflexionar sobre los aprendizajes de la sección.
- » **Componentes:** página 353 en el Texto.

Orientaciones didácticas

Las primeras tres preguntas parecen problemas como los que han sido resueltos a lo largo de la sección, pero la parte importante es el ¿por qué? al final de ellas. Eso obligará a las y los estudiantes a verbalizar sus aprendizajes de manera que estos sean significativos.

Sintetizo mis aprendizajes

Es recomendable que las actividades de esta página sean llevadas a cabo en parejas de compañeros o compañeras.

El tipo de mapa conceptual es optativo. Tal vez puede explorar los apuntes visuales que se están utilizando en educación con gran éxito, se trata de realizar resúmenes dibujando las ideas principales. Para saber más del tema puede revisar las siguientes páginas Web.

Código GM8P142a en <http://codigos.auladigital.cl>

Código GM8P142b en <http://codigos.auladigital.cl>

Recuerde que las preguntas por sección son solo modelos, cada estudiante debe hacer al menos dos más e intercambiarlas con su compañera o compañero. Tanto el resumen de los contenidos como las preguntas pueden ser compartidos con el resto del curso para enriquecer la actividad.

Refuerzo mis aprendizajes

Las páginas 355 y 356 están dedicadas a trabajar ejercicios y problemas, sección por sección. Para estas actividades les resultará útil a las y los estudiantes los mapas conceptuales y los resúmenes antes realizados.

Para realizar estas actividades debe crear un ambiente de estudio en la sala de clases de tal manera de crear hábitos en las y los estudiantes y que estos puedan ser aplicados también en casa. En la siguiente página puede encontrar una lista de buenos hábitos de estudio que puede publicar en la sala de clases.

Código GM8P142c en <http://codigos.auladigital.cl>

Estimule la discusión entre los y las estudiantes puesto que esto los obliga a verbalizar los procedimientos y conceptos a través de esto aclararán dudas y se sentirán más seguros de los objetivos logrados.

También puede recurrir a las actividades correspondientes en los Recursos digitales complementarios.



¿Qué aprendí?

La última actividad de la unidad es la evaluación. Esta actividad debe ser llevada a cabo individualmente pero pueden discutir los resultados cuando las hayan terminado. Se presentan diferentes tipos de estímulos, verdadero o falso, ítems de selección y resolución de problemas, todo esto con el objetivo de cubrir los indicadores de evaluación, habilidades y actitudes propuestos para los objetivos de aprendizaje de esta unidad.

En la página 359 se encuentra una tabla para que las y los estudiantes puedan autoevaluarse con las preguntas que tienen el puntaje dado. Para el resto necesitarán la ayuda del docente y de tablas y listas de cotejo que se pueden encontrar en el Anexo 4 de esta guía.

También puede utilizar las páginas 154 y 155 del Cuaderno de ejercicios para reforzamiento o para una autoevaluación.

Planifique un poco de tiempo para que los y las estudiantes puedan resolver el *Desafío de equipo* en la página 359.

Probabilidad

Historia de la probabilidad

La incertidumbre ha sido un problema que desde siempre ha motivado al ser humano a conocer y predecir sucesos a futuro, buscando de cierta forma obtener certezas y por ende mayor seguridad. La Real Academia de la Lengua Española define probabilidad como: “verosimilitud o fundada apariencia de verdad”, es decir, se relaciona con la búsqueda de la verdad.

No es claro a quién se puede atribuir el inicio de la probabilidad, sin embargo hay hallazgos de que los Sumerios utilizaban conceptos básicos de azar, así como también los Egipcios (3500 años a. C), cuyos jeroglíficos dan cuenta del uso de tableros para registros de datos. Posteriormente, evidencia muestra que los primeros romanos desarrollaron juegos de azar.

Lo anterior concuerda con el origen del término azar, que proviene del árabe “al-azar”, cuyo significado es “dado”. De ahí la relación entre la probabilidad y los juegos de azar que han ido evolucionando en complejos y elaborados juegos, o incluso en lo que actualmente se conocen como loterías y que movilizan grandes cantidades de dinero.

Grandes representantes de la Probabilidad

La formalización de la probabilidad como ciencia tiene un hito cercano a 1650 cuando se publica el primer libro de probabilidad, llamado *Ratiociniis in Ludo Aleae*, lo que quiere decir algo así como “calculando la chance de ganar un juego”, escrito por el físico y astrónomo Christiaan Huygens. Anteriormente los científicos Fermat y Pascal definían la probabilidad como la razón entre casos favorables y casos probables a un suceso, lo que actualmente se conoce como “Ley de Laplace”.

Otros importantes personajes que con sus investigaciones han ayudado al desarrollo de la probabilidad como una ciencia en sí misma son: Girolamo Cardano, quién con su afición por los juegos de azar definió que la probabilidad se relaciona con un número cuyo valor puede estar entre cero y uno; Jacob Bernoulli a quién se atribuye la “teoría de los grandes números” y la combinatoria; Joseph Lagrange quién formalizó el concepto de permutación, y por supuesto Karl Pearson,

quién relacionó conceptos probabilísticos con problemas asociados a la genética y herencia, publicando incluso el famoso libro “Teoría de la Evolución”.

Probabilidad en nuestros tiempos

Actualmente la probabilidad se estudia como una rama de la matemática, a pesar de que se considera una ciencia en sí misma. Su aplicación nos permite resolver diversas situaciones, como también comprender información presentada en los medios de comunicación o como parte de estudios científicos en las más novedosas áreas del saber.

Probabilidad en nuestro currículo

El eje de Estadística y probabilidades comienza en 1.º Básico con recolección y representación de datos pero en 4.º Básico comienza probabilidades como tal, desde un punto muy intuitivo determinando qué es lo más probable o menos probable en una situación dada. En 7.º finalmente se unen ambas ramas relacionando la frecuencia relativa con la probabilidad de un evento.

Estadística

La estadística no es una forma de hacer sino una forma de pensar que ayuda a la solución de problemas en las ciencias y la vida cotidiana.

La frase anterior es una cita extraída de *Propuesta didáctica para la enseñanza de la estadística en los modelos de regresión lineal simple bajo un enfoque constructivista*. Aunque esta tesis se refiere a la enseñanza de un contenido específico de la estadística, sirve de punto de partida para examinar algunas dificultades presentes en la enseñanza de esta área de la matemática.

Nos dice la autora, que las y los estudiantes siguen enfrentando el aprendizaje de forma memorística o con mayor énfasis en la elaboración de tablas y gráficos que en el análisis y la interpretación de la información. Como reacción a esa realidad se propone enfocarse en un problema real de tal manera que a través de su resolución se presenten naturalmente los objetivos de aprendizaje propuestos.

Algunas características de este aprendizaje deberían ser:

- Interactivo y constructivo
- Para enseñar los temas tradicionales de la estadística, las y los estudiantes deben previamente experimentar y trabajar con técnicas sencillas de conteo, tabulación de datos y de construcción de gráficas, conjeturar hipótesis y luego verificarlas.
- El énfasis en cualquier trabajo de estadística debe estar en el análisis y en la comunicación de resultados.

Si desea completar la lectura de la experiencia de esta profesora, puede visitar

Código GM8P144a en <http://codigos.auladigital.cl>

Un nombre reconocido como didacta de esta especialidad es Carmen Batanero, de la Universidad de Granada.

Ella plantea que una de las preocupaciones por la didáctica de la estadística viene de la psicología que propone que el ser humano se guía por el razonamiento lógico pero también de acuerdo a un sistema probabilístico complejo.

La autora afirma que en España la formación específica de los profesores es prácticamente inexistente y en muchos de los textos de la especialidad se encuentran errores conceptuales. Por otra parte, la naturaleza misma de la estadística se enfrenta a la enseñanza tradicional de otras ramas de la matemática como el álgebra o la aritmética que es más determinística.

Para mayor información sobre el trabajo de la doctora Batanero se puede visitar

Código GM8P144b en <http://codigos.auladigital.cl>

Para terminar siempre es útil tener más conocimiento sobre la influencia de los juegos en la enseñanza de la estadística, para ellos se puede leer el artículo Una experiencia didáctica sobre probabilidad mediante un casino. Los autores plantean que “presentar la Teoría de la Probabilidad no requiere excesivos esfuerzos por parte del profesor, pero su desarrollo sí presenta dificultades, principalmente a la hora de desarrollar los conceptos y sobre todo en la resolución de problemas”, por lo anterior proponen una serie de experiencias con juegos de azar que involucran los conceptos centrales de las probabilidades.

Para leer sobre estas actividades se puede visitar

Código GM8P144c en <http://codigos.auladigital.cl>

Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

Modelando experimentos en una hoja de cálculo.

Para realizar este taller necesitas un compañero o compañera y un computador con una hoja de cálculo.

- Si lanzas un dado de 4 caras, numeradas del 1 al 4, ¿cuál es la probabilidad que en la cara que quede hacia abajo salga un 3? ¿Esa probabilidad será igual o diferente a cualquiera de los otros valores?

R: _____

En este taller realizarán lanzamientos de ese dado utilizando la hoja de cálculo.

- En la casilla A1 escriban Lanzamientos del dado. En la casilla A2 escriban **=ALEATORIO.ENTRE(1;4)**, esta función generará al azar números desde el 1 al 4, tal como resultaría lanzar el dado. Copia la función desde la casilla A3 hasta la A11, ahora han “lanzado el dado” 10 veces.

Ahora registrarán los resultados en una tabla de frecuencias y en un gráfico de barras. En la casilla C1 escriban Resultado y en la D1, Frecuencia, luego copien las filas restantes de la siguiente tabla.

Resultados	Frecuencia
1	=CONTAR.SI(A2:A11;C2)
2	=CONTAR.SI(A2:A11;C3)
3	=CONTAR.SI(A2:A11;C4)
4	=CONTAR.SI(A2:A11;C5)

La parte **A2:A11** de la fórmula indica las casillas en que contará los valores, la parte **C2 C3,...** le indican al programa el valor que debe contar.

La función Contar, examina la lista de lanzamientos y escribe el número de lanzamientos igual a 1, igual a 2. Habrán notado que cada vez que hacen cualquier modificación en la hoja, los “lanzamientos” cambian, produciendo nuevos valores.

Seleccionen la tabla, elijan insertar gráfico y escojan gráfico de barras. Ahora su hoja de cálculo deberá verse como la imagen de la derecha.

Sus resultados, ¿coinciden con la respuesta dada al comienzo del taller?

R: _____



- Repitan el experimento, pero ahora lanzarán el dado 100 veces, para ello seleccionen las últimas casillas de la columna A y arrástrenlas hasta la casilla A101, en la columna D deben cambiar en **=CONTAR.SI(A2:A11;C2)** el rango, en vez A2:A11 ahora será A2:A101.

a. ¿Qué sucede con las barras del gráfico?

R: _____

b. ¿Qué creen que sucederá si realizan el experimento 500 veces?

R: _____

- Escriban una conjetura sobre la relación entre la probabilidad teórica y la experimental.

R: _____

- a. Describan como realizarían el experimento para un dado de 6 caras.

R: _____

a. ¿Cómo lo harían para modelar el lanzamiento de una moneda?

R: _____

Nombre		Curso		Fecha	
--------	--	-------	--	-------	--

I. Marca la alternativa que consideres correcta.

- Una bolsa con 40 bolitas numeradas el 1 al 40
 - ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bolita sin mirar ésta tenga un múltiplo de 10?

A. $\frac{1}{2}$	C. $\frac{1}{6}$
B. $\frac{1}{4}$	D. $\frac{1}{10}$
 - ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una bolita sin mirar ésta tenga un número del 10 al 20?

A. $\frac{9}{40}$	C. $\frac{11}{40}$
B. $\frac{10}{40}$	D. $\frac{20}{40}$
- ¿Cuánto es la cardinalidad del espacio muestral, al lanzar 3 monedas?

A. 3	C. 8
B. 6	D. 12
- Al lanzar dos dados no cargados, ¿cuánto es la cardinalidad del su espacio muestral?

A. 2	C. 24
B. 12	D. 36
- Se calculó el tiempo aproximado de resolución de problemas de matemática. Se obtuvo que el primer cuartil corresponde a 16 minutos. A partir de la situación, ¿Qué no se puede concluir?
 - Que el 25 % de los estudiantes demora, a lo más, 16 minutos en resolver problemas.
 - Que el 75 % de los estudiantes demora más de 16 minutos en resolver problemas.
 - Que el 25 % de los estudiantes demora, a lo menos, 16 minutos en resolver problemas.
 - Que el 50 % de los estudiantes, demora más de 16 minutos en resolver problemas.
- De las notas de una prueba se sabe que el percentil 75 corresponde a un 6,0. ¿Qué se puede concluir a partir de ésta situación?
 - El 75 % de los estudiantes obtuvo una nota menor o igual a 6,0.
 - El 75 % de los estudiantes obtuvo una nota superior a 6,0.
 - El 75 % de los estudiantes obtuvo una nota menor a 6,0.
 - El 75 % de los estudiantes obtuvo un 6,0.

- Una cafetería vende helados artesanales que tiene las siguientes variedades.

Barquillos: chocolate; vainilla, crispis y crocante.
Sabores: Frutilla; chocolate y lúcuma; Rellenos: Crema; Fruta; Chocolate.

- ¿De cuántas maneras diferentes se puede comprar un barquillo con helado y relleno?

A. 3	C. 2
B. 10	D. 36
- Si no eligieras el tipo de relleno, ¿cuántas combinaciones de helados se puede pedir en total?

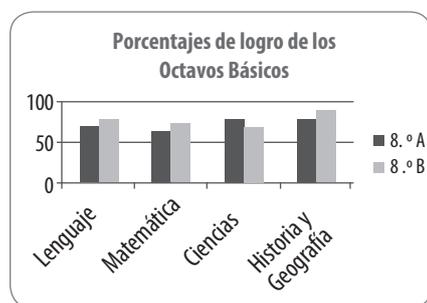
A. 3	C. 12
B. 4	D. 4
- Si además, tuvieras que optar entre azúcar flor o rallado de coco, ¿cuántas combinaciones de helados se pueden pedir en total?

A. 9	C. 24
B. 12	D. 72
- Si se agrega un sabor, ¿en cuánto aumenta la oferta de la cafetería?

A. 4	C. 12
B. 9	D. 48

II. Resuelve los siguientes ejercicios.

- El gráfico muestra los porcentajes de logro de los estudiantes de 8.º básico de una escuela.



- ¿En cuál de las áreas el 8.º B tuvo un rendimiento más bajo que el 8.º A?
R: _____
- ¿Cuál de los cursos ha tenido un mejor rendimiento en sus porcentajes de logro?
R: _____

2. Los siguientes datos corresponden a los tiempos registrados por un octavo básico en una carrera de 200 metros plano.

Curso
Mín = 20 s
Máx = 29 s
$Q_1 = 24$ s
$Q_2 = 25$ s
$Q_3 = 27$ s

- a. Con los datos de la tabla dibuja un diagrama de caja.

- b. Escribe una conclusión que puedas obtener de la información dada.

R: _____

3. Un nadador se entrena para una competencia internacional a realizarse prontamente en el país. La tabla nos muestra información de sus tiempos, en minutos, durante tres meses consecutivos.

Mes	Min	Max	Q_1	Q_2	Q_3
3	12	60	16	25	51
2	5	45	14	25	42
1	1	20	3	10	18

Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F), según la información dada.

- a. ___ Los tiempos mínimos y máximos fueron disminuyendo.
 b. ___ La distancia entre los tiempos mínimos y máximos fue disminuyendo.
 c. ___ En el último mes, el 50% de las veces se demoró de 10 a 20 minutos.

- d. ___ En el primer mes todos los tiempos están por debajo de la media de los meses que vienen.
 e. ___ El nadador avanzó significativamente en sus tiempos.
 f. ___ El nadador mantuvo sus tiempos.
 g. ___ El nadador retrocedió significativamente en sus tiempos.
 h. ___ No hay información suficiente para responder.
 i. ___ El entrenamiento del nadador fue adecuado ya que obtuvo buenos resultados y se logró disminuir los tiempos registrados desde el primer mes.

4. Cecilia está jugando un juego de tablero, para ganar necesita avanzar al menos 4 espacios. Los espacios que avanza son igual al número que sale en un dado. ¿Qué probabilidad tiene Cecilia de ganar el juego?

R: _____

5. Se tiran dos dados y se suman los puntos obtenidos. Un evento es "que la suma de sus puntos sea múltiplo de 3".

- a. ¿Cuál es el espacio muestral del evento?

R: _____

- b. ¿Cuál es la probabilidad del evento?

R: _____

6. Se lanzan tres dados simultáneamente.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que en todos ellos salga un 5?

R: _____

- b. ¿Cuál es la probabilidad de que en todos salga el mismo número?

R: _____

7. Un experimento aleatorio consiste en sacar dos fichas de una bolsa. Explica por qué varían las probabilidades si el experimento es con reposición o sin reposición.

R: _____

III. Resuelve los siguientes problemas, mostrando su desarrollo.

1. En una pizzería, se ofrece el servicio de armar la masa de la pizza que se quiere comprar. Primero se puede optar entre masa delgada, normal o gruesa; para el sabor de la masa se puede elegir, entre queso rallado, orégano o merquén; y para el toque de la masa se ofrece optar entre aceite de oliva o aceite de maravilla.

- a. Construye un diagrama de árbol que muestre la situación descrita.

- b. ¿Cuántas pizzas diferentes se pueden producir?

R: _____

Si ahora la oferta de la pizzería agrega aceituna a los sabores de la masa y a la piedra entre los tipos de masa.

- c. Describe los cambios que tendrías que hacerle al diagrama de árbol que realizaste en a.

R: _____

- d. En las nuevas condiciones, si Matilda elige al azar los ingredientes, ¿cuál sería la posibilidad de que tenga aceitunas en su masa?

R: _____

2. En una bolsa negra hay 80 fichas de colores, de las cuales hay 10 azules, 5 son verdes, 13 son amarillas, 2 son rojas, 20 son moradas y el resto son blancas.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha blanca?

R: _____

- b. Julia le dice a Pedro que si saca una ficha roja le convida una bebida. ¿Qué probabilidad tiene Pedro de ganar?

R: _____

- c. Si antes de sacar la ficha, Pedro saca todas las bolitas blancas, explica como varía la probabilidad de ganar la bebida.

R: _____

- d. Si Pedro pudiera elegir el color que más le conviene para ganar, ¿cuál elegiría?, ¿por qué?

R: _____

Actividades

Sección 10

¿Qué debo saber? (página 131)

1. El sistema antiguo se cayó 3 veces cada semana en 7 semanas del estudio, el sistema nuevo ninguna semana se cayó 3 veces; b. 42 semanas; c. Por ejemplo, el sistema nuevo se cae menos veces por semana; d. Por ejemplo, de líneas o de barras; e. No puede graficar simultáneamente todos los datos en un gráfico circular; f. En el eje X, número de caídas por semana, en el eje Y la frecuencia de las caídas por semana.

Lección 42 (página 132)

Nivel 1

1. **a.** Cantidad de ampollitas elaboradas; **b.** Cantidad de ampollitas; **c.** 2010; 2015; **d.** 2012, 2013 y 2014.

Nivel 2

Por ejemplo: **e.** podría aumentar porque se ve una tendencia o hay muy poca información para saber; **f.** la fábrica se ubica en Iquique y fue afectado por el terremoto; hubo un problema con la importación de las materias primas.

Lección 43 (página 133)

Nivel 1

1. **a.** Isla de Pascua; **b.** Si, llueve más en invierno; **c.** Si, solo en septiembre llovió más de 300mm.

Nivel 2

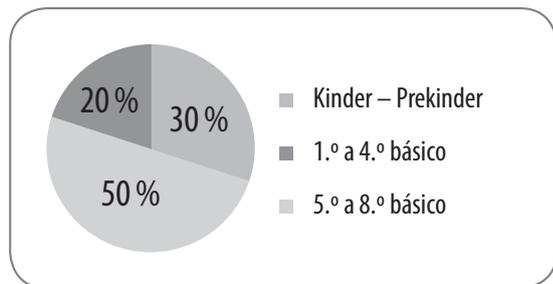
Por ejemplo, **d.** ¿cuál es la diferencia de precipitaciones en septiembre entre las dos localidades? ¿Cuánto llovió en marzo en Santiago?; **e.** Por ejemplo, las ventas de dos marcas de celulares en una tienda, la cantidad de viajes que efectuaron dos líneas de buses en una localidad.

Lección 44 (página 133)

Nivel 1

1. Gráfico de línea, ya que la información da cuenta de una evolución en el tiempo.

2. Gráfico circular, pues están involucrados porcentajes.



Nivel 2

3. La respuesta a esta pregunta dependerá de la reflexión que realicen los estudiantes, pues si ellos suponen que el gráfico es para comparar qué mes se gasta más energía, el gráfico de barras es pertinente. Sin embargo, si solo quieren ver cuál es la tendencia del gasto de electricidad, un gráfico de línea es adecuado.

4. Por ejemplo, la estatura de niñas y niños de un nivel escolar, según edad; Temperaturas promedio máximas y mínimas por mes.

Sección 11

¿Qué debo saber? (página 135)

1. **a.** 225; **b.** 550; **c.** 0,5832; **d.** 5,34

2. **a.** 120; **b.** 46; **c.** 7,6; **d.** 10%; **e.** 5%

3. media: 286,9 cm; mediana: 236 cm; moda: 225 cm y 236 cm; rango: 246 cm.

Lección 45 (página 136)

Nivel 1

1. **a.** 13 a 15; **b.** 10 a 12

Nivel 2

2. El 80% de las guaguas miden menos que Pedro y el 60% tienen una masa menor.

Lección 46 (página 137)

Nivel 1

1. **a.** El tercer cuartil es 33; **b.** La mediana o segundo cuartil es 20

Nivel 2

2. **a.** $Q_1 = 55$; $Q_2 = 65$; **b.** bono para 3 personas y curso para 10.

Lección 47 (página 138)

Nivel 1

1. **a.** La segunda caja representa a las mujeres, esto se puede deducir dado que las estaturas son menores que el de los hombres; **b.** Tomando en cuenta que la primera caja representa a los hombres, la diferencia aproximada entre estos valores es de 15 cm.

Nivel 2

1. Seleccionaría mujeres desde el primer cuartil hacia arriba y los hombres de la mediana hacia abajo.

Lección 48 (página 138)

Nivel 1 y 2

1. Por ejemplo, ventajas: rapidez, exactitud y desventajas: copiar todos los datos, acceso a los programas computacionales.

Lección 49 (página 138)

Nivel 1

1. a. La empresa B

Nivel 2

1. b. Por ejemplo, la empresa A porque hay más trabajadores con mayor productividad; la empresa B porque hay más homogeneidad en el rendimiento de los trabajadores.

Sección 12**¿Qué debo saber? (página 140)**

1. a. 0,5; b. Pudo calcular la frecuencia relativa de perro; c. 0,45; d. Si se elige uno de los amigos, ¿cuál es la probabilidad que tenga una mascota?

Lección 50 (página 141)

Nivel 1

1. a.

	Verde	Rojo	Amarillo
Verde	VV	VR	VA
Rojo	RV	RR	RA
Amarillo	AV	AR	AA

b. 9

Nivel 2

2. 16

Lección 51 (página 142)

Nivel 1

1. a. 4; b. 64; c. 24

Nivel 2

2. a. 320; 280

Lección 52 (página 143)

Nivel 1

1. 0,24

Nivel 2

2. a. El total de bolitas para la segunda extracción; b. 0,25

Actividad complementaria (página 147)

Para la evaluación del taller se considera la siguiente rúbrica de cuatro niveles.

Nivel Destacado.

Realizan todas las actividades y responden todas las preguntas.

1. La probabilidad de sacar un 4 es 0,25 igual a cualquier otro valor del dado.

2. Los resultados no son los mismos, las barras del gráfico son todas distintas.

3. a. Las barras se parecen más entre sí; b. Con 500 lanzamientos las barras son casi iguales. 4. Para que la probabilidad experimental sea igual a la teórica, el experimento se debe repetir muchas veces.

5. a. Los pasos serán los mismos pero la función se debe definir para contar entre 1 y 6; b. Al valor cara se le puede asignar un valor arbitrario, por ejemplo 1 y al sello el valor 2.

Nivel Competente.

Realizan todas las actividades y responden todas las preguntas, pero no logran diseñar el experimento para la moneda.

Nivel Básico.

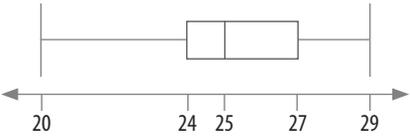
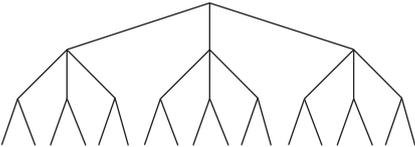
Realizan las actividades pero no logran plantear una conjetura respecto a la relación entre el número de repeticiones y la probabilidad teórica.

No logra diseñar los experimentos.

Nivel Incompetente.

No cumple con ninguno de los niveles anteriores.

Evaluación de la unidad (páginas 148 a 150)

Indicador	Número de pregunta con su respuesta
Interpretan la información en un gráfico.	II. 1 a. Ciencias; b. 8. °B
Interpretan medidas de posición.	I. 4. C I. 5. A II. 2. a.  2. b. Por ejemplo, el 50% de los corredores se Demoró 25 o más II. 3. Verdadero: d, g, i. Falso: a, b, c, e, f, h
Calculan la cardinalidad de un espacio muestral.	I. 2.C I. 3. D I. 6. a. D; b. C; c. D; d. D
Calculan la probabilidad de un evento.	I. 1. a. D; b. C. II. 4. 1/2 II. 5. a. {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}; b. 1/4 II. 6. a. 0,00463; b. 0,03 II. 7. Porque en cada caso varía el espacio muestral.
Resuelven problemas que involucran el cálculo de probabilidades.	III. 1. a.  1. b. 18; c. La primera y la segunda línea aumentarían a 4 posibles resultados; d. 1/4 III. 2. a. 3/8; b. 1/40; c. 1/25; d. Blanca, porque hay más de este color.

Banco de preguntas (página 151)

I. 1a. C; b. D; c. C; d. B;

I. 2. B

II. 1a. Viernes; b. Miércoles y Jueves; c. 160 autos; d. Por ejemplo: el fin de semana se venden más autos.

II. 2a. Matemática; b. Historia y Geografía; c. Por ejemplo: La asignatura más elegida es matemática.

RDC

Las respuestas a las actividades de los recursos digitales complementarios las encontrará en el documento informativo de cada RDC en la sección Apoyo al docente.

- Alsina, C., Fortuny, J. M. y Burgués, C. (1988). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Ed. Síntesis.
- Araya, R. y Matus, C. (2008). *Buscando un orden para el azar*. 2ª ed. Ed. Centro Comenius. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile. Proyecto Enlaces Matemática.
- Araya, R. (2000). *Inteligencia matemática*. Santiago de Chile: Editorial Universitaria.
- Artigue, M., Régine, D., Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherchers en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Burgués, C., Codina R., Montanuy, M. e Inaraja, C. (2007). *Apuntes de matemáticas*. Barcelona: Parramón.
- Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanis, J. y Rodríguez, R. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México, D.F, México, Trillas.
- Carreño, X. (2008). *Álgebra*. Santiago de Chile: Arrayán.
- Callejo, M., Paz, M. y Vidal, M. (1994). *La función de las funciones*. Madrid: Centro de Publicaciones MEC y Narcea S.A. de Ediciones.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Collantes, J. y Pérez, A. (2006). *Matecuentos cuentamates: Cuentos con problemas*. Madrid: Nivola.
- Coxeter, H. S. M. y Greitzer, S. L. (1994). *Retorno a la geometría*. Libro de consulta. Madrid: Ed. Euler.
- Godino, J. (2002) *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Granada, España. Proyecto Edumat-Maestros, Gami.
- Gómez Chacón, I., Figueiras, L. y Marín, M. (2001). *Matemáticas en la red. Internet en el aula de Secundaria*. Madrid: Narcea S.A. de Ediciones.
- Guedj, D. (2002). *El teorema del loro*. Barcelona: Editorial Anagrama.
- Guzmán, I. (2002). *Didáctica de la matemática como disciplina experimental*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.
- Ma, L. (2010). *Conocimiento y enseñanza de las matemáticas elementales*. Santiago de Chile: Academia Chilena de Ciencias.
- Miranda, H. y Moya, M. (2008). *Álgebra. El poder generalizador de los símbolos*. Santiago: Centro Comenius, Universidad de Santiago de Chile.
- Novak, J. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca S.A.
- Ontoria, A. (1993). *Mapas conceptuales* (2ª ed.). Editorial Nancea, España.
- Saavedra, E. (2005). *Contenidos básicos de Estadística y probabilidad*. Santiago: Colección Ciencias, Universidad de Santiago de Chile..
- Stewart, I. (2005). *De aquí al infinito*. Barcelona: Editorial Crítica.
- Villanueva, F., Masjuan, G. y Arenas, F. (1993). *Geometría elemental*. Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Mineduc. (2004). *Chile y el Aprendizaje de las matemáticas y ciencias según TIMSS*. Santiago de Chile: Unidad de Currículo y Evaluación.
http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Mineduc. (2014). *Matemática Programa de Estudios Octavo Año*. Santiago de Chile: Unidad de Currículo y Evaluación.

Enlaces de interés

- Historia de la creación de los números enteros:
<http://www.aprende-matematicas.com/enteros/HISTORIA.html>
- Recursos interactivos:
<http://www.gobiernodecanarias.org/>
- Descripción explicativa Impuesto al Valor Agregado (IVA):
http://www.sii.cl/portales/inversionistas/imp_chile/impuestos_iva.htm
- Historia de la probabilidad:
http://www.estadisticaparatodos.es/historia/histo_proba.html
- Simulador de juegos de azar:
http://www.estadisticaparatodos.es/taller/aleatorios/alea_juegos_js.html
- Flores, C. y Pérez, C. (2011). *Ejercicios de razonamiento matemático, competencias escolares de matemáticas, vol.2*. Chile: Sello editorial Universidad de Concepción.
- Muñoz, H. (2011). *Primeros pasos en álgebra. Vol. 1: El significado del signo igual*. Chile: LOM Ediciones.
- Muñoz, H. (2011). *Primeros pasos en álgebra. Vol. 2: Iniciación al empleo de letras en expresiones algebraicas*. Chile: LOM Ediciones.
- Muñoz, H. (2011). *Primeros pasos en álgebra. Vol. 3: Símbolos y convenciones en el lenguaje algebraico*. Chile: LOM Ediciones.
- Muñoz, H. (2011). *Primeros pasos en álgebra. Vol. 4: Expresión y alcances de la distributividad de la multiplicación con respecto a la adición*. Chile: LOM Ediciones.
- Pickover, C (2011). *El libro de las matemáticas*. Holanda: Ilus books.
- Varios Autores (2007). *Apuntes de matemáticas*. España.

A continuación, se presentan algunas de las lecturas sugeridas por el Centro de Recursos para el Aprendizaje (CRA) para los y las estudiantes de 8° básico en la asignatura de Matemática.

Anexo N.º1

Viene de la página 93 del Texto

Pregunta	0 puntos	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos
2	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Identifica que la variación en el precio se puede representar por $3 - 2$.	Además, identifica que el monto respecto del que hay que calcular el porcentaje se representa por 3.	Además, obtiene el resultado correcto: $\frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}$	
3	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Verifica que, por definición de potencia: $(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3$	Además, desarrolla el producto: $2^3 \cdot 2^3 = 2^6$	Además, relaciona: $(2^3)^2 = 2^6$	Además, concluye la generalización: $(a^b)^c = a^{bc}$

Viene de la página 95 del Texto

Habilidad	Descriptor	Puntaje
Argumentar y comunicar	Explica con claridad y usando el lenguaje matemático adecuado lo que representa -60 .	0 o 1
	Describe, usando símbolos matemáticos, la forma de calcular la población.	0, 1 o 2
	Calcula la población de la ciudad el año 1.	0, 1 o 2
	Acierta al responder la pregunta planteada.	0 o 1
	Da argumentos válidos para descartar la afirmación propuesta.	0, 1 o 2
Representar	Acierta al seleccionar la barra 1.	0 o 4
Resolver problemas	Acierta al determinar el número de casillas en un tablero de ajedrez.	0 o 1
	Acierta al determinar el número de casillas en 8 tableros de ajedrez.	0 o 1
	Expresa correctamente la respuesta como 2^8	0, 1 o 2
	Calcula la variación porcentual de casillas de un tablero de 9 por 9 respecto de uno de 8 por 8.	0 o 1
Modelar	Identifica correctamente las variables L_0 y L .	0 o 1
	Acierta al interpretar que la longitud del alambre disminuirá.	0 o 1
	Concluye la relación entre temperatura y dilatación y contracción.	0 o 1
	Aplica el modelo para predecir la longitud del alambre	0, 1 o 2
	Acierta al determinar el valor que asume ΔT al disminuir la temperatura.	0 o 1
	Nombra las operaciones existentes en el modelo matemático propuesto.	0 o 1

Actitudes Unidad 1 - Números	Sí	A veces	No
Aplican estrategias conocidas para obtener una solución.			
Buscan y prueban estrategias propias y alternativas.			
Comparten, obedecen y asumen responsabilidades.			
Crean tácticas propias.			
Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente.			
Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente.			
Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.			
Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.			
Respetan y valoran las opiniones y logros de otros.			
Manejan formas de convivencia.			

Anexo N.º2

Viene de la página 189 del Texto

Pregunta	0 puntos	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos
2	No es posible verificar ninguno de los siguientes indicadores.	Determina el valor de la pendiente entre los puntos A y B.	Además, calcula la pendiente entre el punto C y uno de los otros dos puntos y determina x.		
3	No es posible verificar ninguno de los siguientes indicadores.	Representa la función en el plano cartesiano mediante una recta.	Además, determina la intersección de la recta con los ejes X e Y.	Además, identifica la longitud de la base y la altura del triángulo formado.	Además, calcula correctamente el área del triángulo.

Viene de la página 190 del Texto

Habilidad	Descriptor	Puntaje
Argumentar y comunicar	Expresa con claridad cuál es el par de segmentos con que se puede formar el triángulo.	0 o 1
	Argumenta usando lenguaje matemático sobre la posibilidad de construir otros triángulos.	0, 1 o 2
	Justifica por qué no se puede construir un triángulo con el otro par de segmentos.	0 o 1
	Identifica la longitud que tiene la suma de estos segmentos respecto a la longitud del segmento A.	0 o 1
	Expresa correctamente las desigualdades que se pueden escribir con la suma de los lados.	0 o 1
	Concluye estableciendo la relación que existe entre el sentido de la desigualdad y la posibilidad de construir triángulos a partir de segmentos dados.	0, 1 o 2
	Acierta al responder la pregunta planteada, dando argumentos válidos.	0 o 1
Representar	Acierta al representar algebraicamente el área verde de la figura.	0 o 4
	Identifica correctamente la expresión factorizada del área verde de la figura.	0 o 1
Resolver problemas	Expresa las coordenadas de un punto cualquiera en la forma dada por las coordenadas del punto P.	0 o 1
	Acierta al encontrar la función que modela la recta que pasa por ambos puntos.	0 o 3
	Expresa correctamente los puntos de intersección de la recta con los ejes coordenados.	0 o 2
Modelar	Identifica correctamente la expresión determinada por la función f.	0 o 1
	Concluye que la función encontrada es la correcta al verificar el resultado con sus compañeros.	0 o 2
	Determina el valor del coeficiente de posición de la recta que representa a la función f.	0 o 1
	Acierta al determinar el valor de la pendiente de la recta que representa a la función f.	0 o 1
	Identifica que la función modelada en la máquina es lineal.	0 o 1
Determina correctamente la función definida por la máquina.	0 o 1	

Actitudes Unidad 2 - Álgebra y funciones	Sí	A veces	No
Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente.			
Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente.			
Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.			
Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.			
Cuestionan datos que les han sido entregados o que hayan encontrados en los medios.			
Usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de una información y/o para complementar la misma.			
Intercambian opiniones sobre los motivos de la información manipulada.			
Toman decisiones basados en conocimientos matemáticos.			

Anexo N.º3

Viene de la página 283 del Texto

Pregunta	0 puntos	1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos
2	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Reconoce que como el triángulo es rectángulo, entonces se verifica en él el teorema de Pitágoras.	Además, reconoce que los catetos miden ambos a.	Además, plantea una ecuación como $h^2 = a^2 + a^2$, donde h es la medida de la hipotenusa.	Además, determina el valor de la hipotenusa como: $h = \sqrt{2a}$.
3	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Reconoce que puede calcular el área del triángulo como el semi-producto de sus catetos.	Comprende que como el triángulo fue sometido a dos transf. isométricas, su forma y tamaño no varían.	Determina el área A del triángulo expresada en cm^2 como: $A = \frac{1,1 \cdot 6}{2} = \frac{6,6}{2} = 3,3$.	

Viene de la página 284 del Texto

Habilidad	Descriptor	Puntaje
Argumentar y comunicar	Hace notar que para responder debe usar el teorema de Pitágoras para calcular la medida del cateto desconocido a partir de las medidas conocidas. Observa y explica a partir de la información disponible que al hacerse menor la diferencia entre las longitudes de los catetos el área aumenta.	0, 1, 2 o 3
	Deduces, a partir de la respuesta de la parte anterior, que el triángulo ABC presenta su mayor área cuando los catetos son iguales, es decir, para una razón entre sus medidas de 1 : 1.	0, 1 o 2
	Generaliza la regularidad identificada para todo triángulo rectángulo.	0 o 1
	Acierta al estimar el área máxima del triángulo ABC como $6,25 \text{ cm}^2$.	0 o 1
Resolver problemas	Acierta al determinar que la razón entre los radios es $\sqrt{2}$.	0 o 7
Modelar	Determina que la fórmula para calcular el volumen es $\pi r^2 h$.	0 o 1
	Acierta al observar que los triángulos ABD y CDB son congruentes y que, por lo tanto, son congruentes también las secciones del cilindro que determinan.	0 o 1
	Determina correctamente la expresión que modela el volumen del cilindro truncado.	0, 1 o 2
Representar	Acierta al seleccionar la imagen 3.	0 o 5

Actitudes Unidad 3 - Geometría	Sí	A veces	No
Reconocen sus fortalezas y debilidades.			
Comparten de forma desinteresada sus puntos de vista.			
Formulan preguntas o hipótesis propias acerca de una situación o un problema.			
Participan en la búsqueda de una posible solución a un problema.			
Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente.			
Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente.			
Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos.			
Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.			
Respetan y valoran las opiniones y logros de otros.			
Comparten, obedecen y asumen responsabilidades.			
Manejan formas de convivencia, como trabajo entre pares, en grupos chicos, en plenario o en forma individual.			

Anexo N.º4

Viene de la página 283 del Texto

Pregunta	0 puntos	1 punto	2 puntos	3 puntos
2	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Reconoce que debe aplicar el principio multiplicativo para resolver.	Además, aplica el principio multiplicativo y calcula que hay 30 vasos de jugo diferentes.	
3	No es posible verificar ninguno de los indicadores siguientes.	Identifica el valor mínimo, el valor máximo y el cuartil 2.	Además, aplica fórmula para determinar el cuartil 1 y el cuartil 3.	Establece que coinciden los valores del mínimo, del cuartil 1 y del cuartil 2.

Viene de la página 358 del Texto

Habilidad	Descriptor	Puntaje
Argumentar y comunicar	Describe el tipo de información que está representada en el gráfico y explica, usando los conceptos aprendidos en la unidad, la conveniencia de haber presentado los datos en un gráfico de barras.	0, 1 o 2
	Explica con claridad el procedimiento que permite calcular el cuartil 1 de los datos, haciendo uso de las herramientas necesarias, tales como tablas o diagramas.	0, 1, 2 o 3
	Justifica el uso de la frecuencia relativa del como medida de la probabilidad.	0, 1, 2 o 3
Representar	Acierta al identificar correctamente 3 de los indicadores de posición.	0 o 1
	Acierta al identificar correctamente los 5 indicadores de posición.	0 o 1
	Expresa correctamente la relación de orden.	0 o 3
	Expresa correctamente la relación de orden.	0 o 3
Resolver problemas	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 6
Modelar	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 2
	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 1
	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 2
	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 2
	Calcula correctamente la probabilidad.	0 o 3

Actitudes Unidad 4 - Probabilidad y estadística	Sí	A veces	No
Respetan y valoran las opiniones y logros de otros.			
Comparten, obedecen y asumen responsabilidades.			
Manejan formas de convivencia, como trabajo entre pares, en grupos pequeños, en plenario o en forma individual.			
Aceptan reglas y plazos.			
Trabajan sin supervisión.			
Cuestionan datos que les han sido entregados o que hayan encontrados en los medios.			
Usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de una información y/o para complementar la misma.			
Intercambian opiniones sobre los motivos de la información manipulada.			
Toman decisiones basados en conocimientos matemáticos.			
Indican las fuentes usadas y las citan de manera adecuada.			

ISBN 978-956-349-954-4



9 789563 499544



Ministerio de
Educación

Gobierno de Chile

EDICIÓN ESPECIAL PARA EL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
PROHIBIDA SU COMERCIALIZACIÓN

